

EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO A PARTIR DE LA
EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA PARA ESTUDIANTES DEL NIVEL
INTERMEDIO: UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE

Propuesta de disertación presentada al
Departamento de Estudios Graduados
Facultad de Educación
Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
como requisito parcial para
obtener el grado de Doctor en Educación

Por

Patricia Rosario Mattei Ramos
© Derechos reservados, 2024

Propuesta de disertación presentada como requisito parcial
para obtener el grado de Doctor en Educación

EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO A PARTIR DE LA
EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA PARA ESTUDIANTES DEL NIVEL
INTERMEDIO: UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE

Patricia Rosario Mattei Ramos

(M.PH Bioestadística, Universidad de Puerto Rico, 2009)
(BA Ed. Educación Secundaria en Matemática, Universidad de Puerto Rico, 2007)

Aprobada el 9 de mayo de 2024 por el Comité de Disertación:

Claudia X. Alvarez Romero, Ph.D.
Directora de Disertación

Julio Rodríguez Torres, Ph.D.
Miembro del Comité de Disertación

Omar Hernández Rodríguez, Ed.D.
Miembro del Comité de Disertación

DEDICATORIA

En un momento de locura durante el 2016 tomé la decisión de continuar estudios doctorales en el campo de la Educación Matemática. Fueron años de muchas frustraciones y lágrimas ante cada obstáculo impuesto por la burocracia administrativa del sistema, pero también fueron años de conocer y compartir experiencias que influenciaron positivamente este proyecto.

A mi padre, que fue mi primer motor para que dedicara mi vida a educar la nación del futuro. A mi madre, que siempre me enseñó a ver lo bonito en las matemáticas. A mis abuelos, por siempre encomendar a Dios cada paso y cada decisión que tomo en la vida. A Aquiles y Apolo, por su paciencia infinita y sacrificar muchas horas de juego.

A cada uno de mis estudiantes, que han sido apoyo, pilar y salvavidas para llegar hasta aquí. A todas esas personas que creyeron en mí, cuando a mí no me quedaban fuerzas para continuar creyendo. A ti, que empezamos este proyecto juntos y que no dudo que tú también vas a llegar a la meta. Finalmente, a la vida, las experiencias y a esta pasión por educar que diariamente me confirma que estoy donde deseo estar.

RECONOCIMIENTOS

Comienzo por reconocer la valentía y el compromiso que tienen las personas que deciden cursar estudios doctorales, porque el mundo no se detiene para que puedan cumplir con esta nueva responsabilidad.

A la Dra. Claudia X. Álvarez Romero por aceptar ser la directora de disertación, por guiarme en este proceso y alentarme a continuar trabajando, aun cuando sentía que el camino se había acabado. Al Dr. Omar Hernández Rodríguez y al Dr. Julio Rodríguez Torres por aceptar formar parte del Comité de Disertación y compartir su conocimiento y sabiduría. Al Dr. Joseph Carroll Miranda por ayudarme a organizar el caos de mi mente en la parte cualitativa, creer en mi desde que comencé esta aventura y ser punto de inflexión en este proceso.

A cada persona que conocí durante este camino y me dio luz, consejo, apoyo y paz durante este proceso. A quienes dijeron si para ser especialistas en diferentes temas y lograr la validez de los documentos. A mis queridos estudiantes, que esto no hubiese sido posible sin su participación y sus aportaciones. Gracias por aportar su valiosa voz en este proceso.

¡A la vida porque sin importar el caos que exista, hay que saber vivirla!

RESUMEN DE LA DISERTACIÓN

EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO A PARTIR DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA PARA ESTUDIANTES DEL NIVEL INTERMEDIO: UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE

Patricia Rosario Mattei Ramos

Directora de la disertación: Claudia X. Alvarez Romero, Ph.D.

El aprendizaje estadístico se ha convertido en un fenómeno, ya que estamos en un mundo que, diariamente, está más relacionado a los datos, por lo cual, es vital desarrollar en el ciudadano la capacidad de extraer información significativa, así como el razonamiento estadístico. Bargagliotti et al. (2020) establecen que la alfabetización estadística se ha convertido en una alfabetización crucial para los ciudadanos. Además, delMas et al. (1999) mencionan que el desarrollo de los conceptos estadísticos entre los estudiantes parece ser uno superficial y desconectado de la realidad en la que viven.

El propósito de esta investigación fue indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada y algorítmica para su desarrollo futuro. Para contestar las preguntas de investigación la investigadora realizó una investigación en acción con una metodología mixta y una intervención curricular. Esta intervención, la investigadora la dividió en tres etapas: el diseño, la implantación y la evaluación. En la primera etapa se trabajó el diseño de la unidad curricular con base en la Educación Matemática Realista. En la segunda etapa se atendió la implantación de la unidad haciendo uso de las situaciones didácticas y la solución de problemas. En la tercera etapa se realizó la

evaluación de todo el proceso y de los aprendizajes mediante la reflexión de la investigadora y de los participantes en la investigación. La recopilación de datos cuantitativos se realizó mediante la administración de una preprueba y posprueba, mientras que, el análisis se hizo con una prueba *U de Mann Whitney* para muestras relacionadas. La recopilación de los datos cualitativos se realizó mediante tres sesiones del grupo focal y se analizó utilizando la teoría fundamentada de Corbin & Strauss (2002).

Entre las conclusiones, se destacan que la Educación Matemática Realista favoreció exitosamente la comprensión del razonamiento estadístico y ayudó a que los estudiantes alcanzaran la fenomenología didáctica de conceptos estadísticos. Otra conclusión es que la implantación de la unidad permitió a los estudiantes participar de una experiencia de aprendizaje que mejoró la comprensión de conceptos estadísticos mediante situaciones de la vida diaria. Además, se resalta el rol del maestro como guía en el desarrollo de actividades y la importancia escuchar a los estudiantes para crear actividades pertinentes y reales.

TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	III
RECONOCIMIENTOS.....	IV
RESUMEN DE LA DISERTACIÓN	V
LISTA DE TABLAS	XI
LISTA DE FIGURAS.....	XII
CAPÍTULO I	1
INTRODUCCIÓN	1
Trasfondo	1
Problema	5
Propósito.....	7
Justificación.....	8
Preguntas de investigación	17
Definiciones.....	18
CAPÍTULO II	20
REVISIÓN DE LITERATURA	20
Introducción.....	20
Matemática en contexto	21
Educación Matemática Realista	25
Proceso de matematización	29

Proceso de solución de problemas estadísticos	32
Enseñanza del razonamiento estadístico	37
Razonamiento estadístico y razonamiento matemático	40
Investigaciones relacionadas a estadísticas, educación y currículo.....	42
Resumen	55
CAPÍTULO III	58
METODOLOGÍA.....	58
Introducción.....	58
Diseño de la investigación	59
Participantes, seudónimos y escenario escolar	62
Descripción de la intervención	63
Etapa 1: Diseño de la unidad curricular.....	65
Etapa 2: Implantación curricular	68
Etapa 3: Evaluación curricular	70
Técnicas de recopilación de datos	72
Preprueba y posprueba.....	73
Grupo focal.....	77
Triangulación de fuentes.....	79
Análisis de datos	81
Permisos.....	83
Aspectos éticos de la investigación	84
CAPITULO IV.....	86
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO	86

Introducción.....	86
Parte I. Hallazgos de la preprueba y posprueba.....	87
Análisis estadístico de la preprueba y posprueba	106
Parte II. Hallazgos del grupo focal	108
Segunda sesión del grupo focal	114
Tercera sesión del grupo focal.....	117
Parte III. Triangulación de hallazgos.....	123
CAPÍTULO V.....	127
HALLAZGOS, DISCUSIÓN Y RECOMENDACIONES.....	127
Introducción.....	127
Discusión	128
Conclusiones	146
Limitaciones	148
Recomendaciones	149
Estudios futuros.....	152
REFERENCIAS	154
APÉNDICES	166
A. HOJA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO	167
B. HOJA DE ASENTIMIENTO	173
C. PROTOCOLO DE PREGUNTAS PARA GRUPO FOCAL	177
D. COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI).....	188

E. COMITÉ INSTITUCIONAL PARA LA PROTECCIÓN DE SERES HUMANOS EN LA INVESTIGACIÓN (CIPSHI)	191
F. CALENDARIO ESQUEMÁTICO.....	194
G. UNIDAD CURRICULAR.....	197
H. PREPRUEBA Y POSPRUEBA.....	233
I. TABULACIÓN DE PLANILLA PARA LA REVISIÓN DEL CONTENIDO DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA.....	242
J. PLANILLA PARA LA REVISIÓN DE LA UNIDAD CURRICULAR.....	249
RESUMEN BIOGRÁFICO DE LA AUTORA.....	254

LISTA DE TABLAS

Tabla	Página
1. Seudónimos de los estudiantes que participaron del grupo focal.....	63
2. Resumen de recopilación de datos para las preguntas de Investigación.....	81
3. Estadísticas descriptivas para las puntuaciones de la preprueba y posprueba	107
4. Prueba <i>U de Mann Whitney</i> para las puntuaciones de la preprueba y posprueba	108
5. Descripción de los códigos del grupo focal durante la codificación axial.....	109
6. Resumen de respuestas de los estudiantes para la primera sesión del grupo focal.....	112
7. Resumen de respuestas de los estudiantes para la segunda sesión del grupo focal.....	116
8. Resumen de respuestas de los estudiantes para la tercera sesión del grupo focal.....	120
9. Resumen de respuestas de los estudiantes para la parte final de la tercera sesión del grupo focal.....	122
10. Resumen de hallazgos en las categorías emergentes durante la codificación selectiva.....	138

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Pasos para el proceso de matemática en contexto presentado por Camarena (2017)	24
2. Herramientas conceptuales de la Educación Matemática Realista	28
3. Resumen del proceso de matematización para el aprendizaje de la estadística	31
4. Pasos para el proceso investigativo estadístico de Bargagliotti et al. (2020)	32
5. Resumen del proceso investigativo	61
6. Etapas de la intervención	64
7. Pasos de la primera etapa del diseño de la unidad curricular	68
8. Pasos de la implantación de la unidad curricular	70
9. Etapa 3: Evaluación de la unidad curricular	72
10. Triangulación de fuentes	80
11. Resultados obtenidos para la parte a de la primera situación estadística	89
12. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la primera situación estadística	90
13. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la primera situación estadística	91

14. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la segunda situación estadística.....	92
15. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la segunda situación estadística	93
16. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la segunda situación estadística	94
17. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la tercera situación estadística	95
18. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la segunda situación estadística	96
19. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la cuarta situación estadística	97
20. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la cuarta situación estadística	98
21. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la quinta situación estadística	99
22. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la quinta situación estadística	100
23. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la quinta situación estadística	101
24. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la sexta situación	102

25. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la sexta situación estadística	103
26. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la sexta situación estadística	104
27. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la séptima situación estadística	105
28. Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la octava situación estadística	106
29. Resumen de categorías emergentes de la codificación selectiva	135

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la estadística se ha convertido en un fenómeno de aplicación, ya que en la vida muchos detalles están dados alrededor de los números y el ser humano debe desarrollar el razonamiento estadístico para ser ciudadanos informados. En este capítulo las primeras dos secciones presentan el trasfondo y el problema de estudio en el contexto educativo donde se establece la necesidad de desarrollar el razonamiento estadístico de forma contextualizada desde los niveles primarios.

Más adelante en el capítulo, se exponen el propósito y la justificación de la investigación desde la necesidad de desarrollar una comprensión de conceptos duradera con un aprendizaje significativo enfocado en la aplicación a la vida diaria y no en el algoritmo o la mecánica del proceso. Finalmente, la investigadora establece la pregunta principal y tres preguntas secundarias que engloban la investigación.

Trasfondo

La estadística no es solamente un cómputo o algoritmo matemático, sino un proceso de recopilación, análisis e interpretación de los datos. A través de los años, la estadística se ha convertido en una disciplina necesaria para el desarrollo de diferentes elementos de la política pública de un país. Por ejemplo, ante la pandemia del COVID19, la estadística ha resultado ser una herramienta sumamente útil para la toma de decisiones informadas y ha ayudado a la comprensión del concepto desde una aplicación real. Según Batanero (2001), la relación entre el desarrollo de un país y el grado en que se generan estadísticas fiables es clara, porque la información generada a partir de estas estadísticas ayuda a fundamentar la toma de aquellas decisiones que

van a afectar aspectos económicos, sociales y políticos de ese país. Más aún, señala Steen (2001) que “la estadística empodera a la gente, dándole las herramientas para pensar por ellos mismos, hacer preguntas inteligentes y confrontar la autoridad con confianza”. Bargagliotti et al. (2020) son aún más incisivos al señalar que los estudiantes graduados de duodécimo grado deben saber usar el razonamiento estadístico para una mejor comprensión de los diferentes elementos que configuran la realidad de su país. Estamos hablando, por lo tanto, de un conocimiento que es necesario, no solo para los especialistas, sino también para quienes aspiran a ejercer la ciudadanía de la manera más informada y responsable posible. Es precisamente la importancia de este conocimiento y la necesidad de entender cómo este se aprende, lo que guía el tema principal de esta propuesta: el estudio del desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de escuela secundaria.

Coinciden Batanero (2001) y Moore & Cobb (1997) al resaltar la importancia de la estadística como campo de estudio para resolver problemas en diversas disciplinas. Es decir, que el razonamiento estadístico permite una toma de decisiones basada en datos. Por su parte, delMas et al. (1999), Garfield & Ben-Zvi (2007) y Díaz (2013) enfatizan en el cambio de la enseñanza de la estadística en todos los niveles. Además, mencionan la importancia de la comprensión por encima de la mecánica del procedimiento. Añaden Muñoz et al. (2020), que es necesario mejorar el conocimiento estadístico y probabilístico en los currículos y en la sala de clases, para de esta forma atender la toma de decisiones ante situaciones sociales, económicas y ambientales del siglo 21. Este argumento coincide con una de las razones que Freudenthal establece

para la creación de la Educación Matemática Realista: hacer cambios en los procesos mecanicistas de la enseñanza de las matemáticas.

Con respecto a su inclusión como parte del currículo educativo, tanto en el nivel escolar como en el universitario, dice Batanero (2001) que este interés repentino por la enseñanza estadística proviene del rápido desarrollo de esta como ciencia y herramienta de investigación, así como su colaboración con el mundo tecnológico y de las comunicaciones. El conocer los conceptos básicos de la estadística y el análisis de datos permite tener otra percepción de la información que se presenta, así como presentar argumentos sobre la validez de los datos presentados. La educación estadística ayuda al estudiante a desarrollar el pensamiento crítico (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007), del mismo modo, la misión del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación establece que: "Sirve de vínculo para el desarrollo de las destrezas desde una perspectiva crítica y creativa" (Departamento de Educación, 2014, p. 7). El Departamento de Educación en su Marco Curricular reconoce la importancia de entender, procesar y traducir la información en conocimiento útil, por lo cual el comprender y aplicar el análisis de datos permite al estudiantado hacer predicciones y tomar decisiones informadas. Asimismo, se requiere que el estudiante domine destrezas relacionadas al análisis de datos con el fin de comprender una sociedad que maneja y comunica información de forma masiva y convincente (Departamento de Educación, 2014).

Por otro lado, delMas et al. (1999), dicen que el desarrollo de conceptos estadísticos fundamentales parece ser poco profundo y aislado en estudiantes universitarios. Asimismo, Yuanita et al. (2018) y García & Sánchez (2017) señalan que

el enfoque tradicional lleva al estudiante a aprender la estadística de manera pasiva, promoviendo la memorización de fórmulas sin entender lo que en realidad significa, ni su uso fuera del ejercicio. Mientras que, por su parte, Garfield & Ben-Zvi (2007) y García & Sánchez (2017) mencionan la importancia de hacer un cambio en el énfasis de la enseñanza estadística, centrado en la comprensión del procedimiento hasta lograr el desarrollo de la comprensión conceptual y la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico.

Relacionado a su enseñanza, Díaz (2013) y García & Sánchez (2017) cuestionan la efectividad de la teoría por encima de la construcción de conceptos para una mayor comprensión y capacidad de aplicación. Además, indican que en ocasiones, el estudiante sabe realizar el algoritmo o proceso matemático, pero no sabe interpretar ese valor con respecto a la situación presentada, ni cómo este valor le permite conectar con otras disciplinas o tomar decisiones sobre el tema. Además, el proceso de enseñanza de la estadística debe encontrar un balance que permita enseñar la teoría mediante la práctica y la aplicación de conceptos (Díaz, 2013; García & Sánchez, 2017). Por su parte, Zamora (2013) establece la importancia del contexto al momento de atender el aprendizaje de la estadística, porque en ocasiones el contexto no es relevante para el estudiantado y esto los lleva a adivinar o descifrar lo que tienen que hacer sin comprender la situación presentada. En el momento que el estudiante encuentra relevancia en la situación presentada permite al estudiante el imaginar, crear, manipular y experimentar la situación para establecer estrategias de solución (Zamora, 2013). Del mismo modo, Zamora (2013) menciona que al utilizar el contexto en el aprendizaje de los estudiantes provee una base fuerte y desarrolla actitudes

favorables hacia el tema que se está estudiando, además de trabajar con las conexiones al mundo real.

Problema

Al considerar el creciente interés en el aprendizaje y el razonamiento estadístico, esta investigación aborda el problema de cómo se integra el razonamiento estadístico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes en el nivel intermedio. El interés en este problema surge de mi experiencia en la enseñanza de la estadística a estudiantes de nivel secundario y cómo he sido testigo de sus acercamientos y reacciones al interpretar datos y al relacionarlos con la realidad.

La estadística forma parte del diario vivir, a través de la política pública, la toma decisiones, los asuntos administrativos, el manejo de información, entre otros, por lo cual el aprendizaje de esta es pertinente. Según Bargagliotti et al. (2020), la alfabetización estadística se ha convertido en una alfabetización crucial para los ciudadanos. García & García, (2009) establecen la importancia del lenguaje estadístico en el contexto cotidiano y el contexto matemático. Para estos autores, el contexto cotidiano es en el que se realiza la comunicación habitual, mientras que el contexto matemático es donde se realiza la comunicación matemática. La literatura muestra que el desarrollo de los conceptos estadísticos entre los estudiantes universitarios parecería ser uno superficial y desconectado de la realidad en la que viven (delMas et al., 1999).

La estadística está adquiriendo cada vez más relevancia a nivel mundial y Puerto Rico no es la excepción. Según Bargagliotti et al. (2020), la introducción de conceptos estadísticos en el currículo escolar se debe a los avances tecnológicos, los métodos de análisis y la riqueza de datos en la sociedad. En el currículo de

matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico, el análisis de datos y probabilidad es uno de los cinco estándares de enseñanza y está contemplado desde kínder hasta el duodécimo grado. Según Batanero (2001), existen dificultades en el aprendizaje de la estadística, lo cual es una realidad en el sistema educativo puertorriqueño, tal y como evidencia el Departamento de Educación (2019) en los resultados de las Pruebas de Medición y Evaluación para la Transformación Educativa de Puerto Rico (META PR). Según el Departamento de Educación (2019), los resultados de las pruebas META PR, en todas las áreas, permite al sistema educativo identificar áreas de fortaleza y necesidad, con el objetivo de realizar intervenciones centradas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por su parte Amaya (2016), resalta el impacto que ha tenido la estadística en el currículo de todos los niveles educativos por la importancia de la interpretación, entendimiento y análisis de datos. Más aún, Koparan (2015) establece que la estadística es una de las materias donde los estudiantes presentan mayor dificultad en la comprensión, aprendizaje y aplicación de esta. Koparan (2015) resume las dificultades en el aprendizaje de la estadística establecidas por Garfield & Ben-Zvi en siete grupos: (1) motivación estudiantil por la complejidad de conceptos, reglas y destrezas, (2) rezago en destrezas matemáticas necesarias para el razonamiento estadístico, (3) miedo a tener que memorizar las fórmulas y hacer cálculo mecánicos para obtener resultados, (4) énfasis en el resultado, los cálculos y la fórmulas, en contraposición al análisis y la interpretación, (5) palabras comunes con significados estadísticos importantes, (6) la relación entre la solución de problemas y las experiencias de la vida diaria y, (7) ansiedad y nervios por

la recolección de datos, las interpretaciones en distintas perspectivas y las destrezas de lectura, redacción y comprensión.

Finalmente, el razonamiento estadístico es importante para la toma de decisiones informadas y pieza clave para el diario vivir. El razonamiento estadístico está relacionado con los aspectos trascendentales de la sociedad: salud, educación y administración. La matemática en contexto y el trabajo de Freudenthal (1973) proporcionan los fundamentos teóricos de esta propuesta porque establece la importancia de la conexión entre los problemas mundiales y el aprendizaje matemático. De esta forma, se trabaja con la importancia de la actividad humana, las situaciones en contexto y el aprendizaje basado en situaciones reales. Además, el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), afirma que todos los seres humanos necesitan entender matemáticas a través de contenidos profundos que promuevan la interpretación y la comprensión.

Propósito

Frente a lo aquí expuesto -la importancia del razonamiento estadístico para la vida ciudadana y el papel de la escuela en su enseñanza- el propósito de esta investigación fue indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada y algorítmica para su desarrollo futuro. Un aspecto importante de esta investigación fue levantar información que ayude a lograr una enseñanza contextualizada de los conceptos estadísticos útiles en la toma de decisiones. En este trabajo, la investigadora tuvo en cuenta la importancia de entender la naturaleza del pensamiento matemático en su enseñanza y aprendizaje (Schoenfeld, 2000).

Justificación

El auge de la educación estadística surgió en el siglo 20 y el comienzo de la estadística como parte de las metodologías fundamentales. De acuerdo con Ottaviani (2005), el auge de la estadística permitió la sensibilidad sobre temas estadísticos y su utilidad. Esto lleva a la importancia de incorporar el entendimiento cada vez más profundo de la estadística en la sociedad. Actualmente, es considerada como una disciplina nueva y emergente (Garfield & Ben-Zvi, 2007).

Moore & Cobb (1997) definen la estadística como “una disciplina metodológica que no existe por sí misma, sino que ofrece a otros campos de estudios un conjunto coherente de ideas y herramientas para el tratamiento de datos”. De ella, dice Cabriá (1994) que es “el estudio del comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final”.

La *American Statistical Association* (ASA) fue fundada en 1839 con la visión de un mundo basado en datos y pensamiento estadístico para fomentar el descubrimiento e informar decisiones (ASA, 2022). En 1888 publica el *Journal of the American Statistical Association* (JASA) con el fin de promover la práctica y la profesión de la estadística (ASA, 2022). En 1939 la ASA celebra el florecer de la era informática y en 1947 comienza la publicación de *The American Statistician* (ASA, 2022). Por otro lado, la *Mathematical Association of America* (MAA) fue fundada oficialmente en 1915, pero tiene sus raíces desde 1894 (MAA, 2022). La MAA tiene como misión avanzar en la

comprensión de las matemáticas y su impactado en el mundo (MAA, 2022). En 1992, ambas organizaciones se unieron para crear un comité que atienda la enseñanza de la estadística (Cobb, 1992). El informe de este comité recomendó hacer énfasis en el razonamiento estadístico, el uso de datos reales, promover el aprendizaje activo y exaltar conceptos estadísticos haciendo uso de más aplicación y menos algoritmos (Cobb, 1992). Shaughnessy (2007), recomienda que las futuras investigaciones en el campo de la estadística estén relacionadas con cuatro temas principales: (a) concepción de los estudiantes sobre el aprendizaje de la estadística, (b) el uso de las gráficas para desarrollar el razonamiento estadístico, (c) la relación entre la estadística y la tecnología y (d) la concepción de los maestros sobre la enseñanza de la estadística. En el 2014, la ASA y la MAA crearon un nuevo comité para la enseñanza de la estadística a nivel subgraduado con el fin de fomentar la enseñanza eficaz del razonamiento estadístico (ASA/MAA, 2014).

Moore & Cobb (1997) resaltan la importancia del contexto indicando que los datos no son solo números, sino números en contexto; lo cual lleva a mencionar la importancia del contexto en el aprendizaje estadístico. El contexto en el que se enseña la estadística en el salón de clases es importante (Weiland, 2017) y más aún en el análisis de datos porque proporciona significado (Moore & Cobb, 1997). Por esto, es necesario el contexto para desarrollar el pensamiento crítico estadístico en los estudiantes (Moore & Cobb, 1997). Por ejemplo, necesitamos saber el contexto para hacer una interpretación de una gráfica o para establecer inferencia de un conjunto de datos. Según Franklin et al. (2007), los diagramas y gráficos necesitan un contexto para poder hacer las respectivas interpretaciones. Bargagliotti et al. (2020) mencionan que

muchos problemas matemáticos provienen del contexto, pero se enfatizan en encontrar patrones matemáticos, mientras que en estadística el significado de los patrones depende del contexto. Ottaviani (2005) enfatiza en enseñar la estadística con datos reales para desarrollar en el estudiante una mejor comprensión de los conceptos.

Guzmán & Cuevas (2004) establecen en su artículo que la enseñanza de la matemática suele ser rutinaria y fuera de contexto. Batanero (2013) establece que la enseñanza estadística parecería estarse dando de manera rutinaria, con fórmulas y definiciones sin hacer la conexión con la interpretación y el contexto. Batanero (2013) llama a este proceso “la estadística sin sentido”; además, genera problemas en la comprensión de los conceptos estadísticos. Burril & Biehler (2011), afirman que al momento de trabajar currículos y actividades para el aprendizaje de la estadística se recomienda hacer uso de datos reales, trabajar con la exploración de los conceptos antes de introducir fórmulas, de esta forma se desarrolla una comprensión conceptual y fundamental de la estadística en los estudiantes.

Como educadores de vanguardia, se debe trabajar con un cambio radical a este proceso rutinario y descontextualizado, haciendo uso de un enfoque realista con situaciones realistas que permiten el desarrollo de estrategias, el razonamiento matemático y el pensamiento crítico. De acuerdo con Quintero (2010), el docente debe diseñar experiencias de aprendizaje que incorporen actividades sociales, culturales, físicas y psicológicas. Esto lleva a ver la importancia de la matemática en contexto y la Educación Matemática Realista (EMR) en el aprendizaje del razonamiento estadístico. Según Garfield & Ben-Zvi (2007), el razonamiento estadístico es la forma en que las personas razonan las ideas estadísticas y dan sentido a la información que genera

conexión y combinación de conceptos. Bradstreet (1996) añade que el énfasis del razonamiento estadístico es pensar sobre temas de investigación de una manera práctica y estadísticamente sólida.

La matemática en contexto atiende la relación que existe entre la riqueza del contexto y el aprendizaje de las matemáticas, según lo establecen en sus currículos el Departamento de Educación (DEPR) y la *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). El contexto es definido por Alsina (2011) como una situación problemática que puede ser objeto de estudio y genera preguntas que requieren de las matemáticas para resolverlas. El contexto trabaja un rol importante en el aprendizaje de las matemáticas que Boaler (2016) relaciona con una enseñanza pertinente para el estudiante. El trabajar la matemática en contexto permite al estudiantado hacer una conexión real y universal entre la matemática y la vida diaria (Camarena, 2017; Boaler, 2016). Además, Boaler (2016) establece que: “Las matemáticas son un fenómeno cultural; un conjunto de ideas, conexiones y relaciones desarrolladas para que las personas le encuentren sentido a las matemáticas” (Boaler, 2016, p. 50). Asimismo, la matemática en contexto trabaja con el conocimiento previo y el aprendizaje significativo (Díaz & Careaga, 2021; Camarena, 2017), conceptos importantes para esta investigación. Camarena (2017) establece tres pasos para la matemática en contexto que son: (1) resolución de situaciones contextuales, (2) presentación del contenido descontextualizado y, (3) evaluación del aprendizaje. Este contexto al que se hace referencia está también presente en la Educación Matemática Realista y es pieza principal en el enfoque.

La Educación Matemática Realista (EMR) establece la importancia de la conexión entre la realidad y la relevancia para el estudiantado, además, se caracteriza

por la construcción del conocimiento; teniendo como herramientas claves el conocimiento previo y los contextos (Freudenthal, 1973). La Educación Matemática Realista centraliza su enfoque en cinco herramientas conceptuales: (1) identificar contextos y situaciones problemáticas realistas, (2) utilizar modelos que emergen de actividades para hacer representaciones y organizar situaciones, (3) importancia del maestro como guía para que los estudiantes reinventen ideas y creen herramientas matemáticas, (4) aprendizaje de la matemática como actividad social y, (5) reinención dirigida (Freudenthal, 1991). Freudenthal (1991) establece cinco principios básicos para la enseñanza de las matemáticas: (1) actividad, (2) realidad, (3) reinención, (4) niveles e (5) interacción. Estos principios son resumidos por Gravemeijer & Terwel (2000) como tres principios: (1) reinención guiada, (2) niveles en el proceso de aprendizaje y (3) la fenomenología didáctica. Freudenthal (1973) hace énfasis en la importancia de la enseñanza de las matemáticas como una actividad humana y no como un proceso mecanicista del aprendizaje. Además, en la Educación Matemática Realista el maestro es un facilitador que ayuda al estudiante a resolver situaciones contextuales que tienen impacto en las representaciones matemáticas estudiantiles (Yuanita et al., 2018). A través de la resolución de situaciones contextuales se motiva al estudiante a generar sus preguntas y presentar sus posibles soluciones, dos destrezas importantes para el aprendizaje contextualizado de la estadística.

En el aprendizaje contextualizado de la estadística, Bargagliotti et al. (2020) indican que es importante que el estudiante formule preguntas que tengan respuestas haciendo uso de datos, ya que los estudiantes deben aprender cómo recolectar, organizar, analizar y representar los datos relacionados con las preguntas, además de

hacer las inferencias y conclusiones de acuerdo con el contexto de la pregunta.

Finalmente, Batanero (2013) y Ottaviani (2005) coinciden en que el contexto y las situaciones reales para el aprendizaje estadístico son esenciales. De acuerdo con lo antes expuesto, es importante crear ambientes o comunidades de aprendizaje, así como diseñar actividades que promuevan la construcción de conocimiento, la toma de decisiones, la selección de estrategias y las situaciones reales (Schau, 2000).

El pensamiento estadístico es definido por Gal (2002) como el proceso de interpretar, evaluar de forma crítica y razonar con información estadística. Del mismo modo, Tolboom (2012) añade que el pensamiento estadístico requiere de habilidades estadísticas para razonar los datos. Además, Abel & Poling (2015) establecen que para lograr el pensamiento estadístico es necesario que el estudiante realice sus propios proyectos estadísticos. Son más incisivos, al mencionar la importancia de la pertinencia y el contexto en el desarrollo del pensamiento estadístico (Abel & Poling, 2015).

En Puerto Rico es escasa la literatura sobre el pensamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio. Es importante resaltar los trabajos de Amaya (2016), Colón (2012) y Molina (2018), quienes han trabajado con el aprendizaje estadístico. Amaya (2016) y Colón (2012) desde la perspectiva del estudiante, mientras que, Molina (2018) desde la perspectiva de los maestros en formación. Amaya (2016), trabajó con el aprendizaje de la estadística en estudiantes de nivel graduado. La disertación se llevó a cabo como investigación cualitativa con diseño de investigación en acción, cuyo objetivo era explorar si la interacción individual y grupal fue efectiva para motivar, desarrollar y fortalecer destrezas en estadística (Amaya, 2016). La propuesta fue

observar, analizar y enriquecer las prácticas pedagógicas con la observación, el análisis y el enriquecimiento de las prácticas pedagógicas de forma crítica y reflexiva en cuanto al aprendizaje de la bioestadística (Amaya, 2016). Amaya (2016) concluye que el aprendizaje de la Bioestadística representa un reto y necesidad para los estudiantes de las ciencias de la salud. Además, establece que la interacción individual y grupal provee una herramienta de estudio que contribuye a reducir barreras en el aprendizaje de la estadística (Amaya, 2016). Por su parte, Colón (2012), trabajó con las actitudes de estudiantes universitarios que tomaron cursos introductorios de estadística y su relación con el éxito académico en la disciplina. Colón realizó una investigación cuantitativa con un diseño de encuesta transversal, en la que participaron 185 estudiantes de nivel subgraduado. Entre las conclusiones destaca el que las dos variables que mejor predicen el éxito académico en el curso de estadística fueron el uso de datos reales y las destrezas aplicadas a la estadística que posee el individuo. Molina (2018) realizó una investigación con futuros maestros y maestros en práctica de Educación Secundaria en Matemáticas donde se resalta la importancia de recolectar, analizar y utilizar datos para solucionar problemas de la vida diaria. Entre las conclusiones, destaca la pobre preparación curricular de los futuros maestros de matemáticas, así como, la pobre ejecutoria de estos en la prueba administrada. Según Molina (2018), el área de educación estadística está en constante crecimiento y existe espacio para mejorar la parte estadística en el currículo de los futuros maestros o maestros en formación.

El interés en la educación estadística se ve reflejado en el sistema educativo puertorriqueño al incluir como una unidad de estudio en su Programa de Matemáticas.

Según el Departamento de Educación de Puerto Rico, en los Estándares de Contenido y Expectativas de Grado (2020), se trabajan los temas de recopilación, organización, representación e interpretación de datos en el nivel primario, es decir kínder a tercer grado. En el nivel elemental, de cuarto a sexto grado se añaden la formulación de preguntas, representación de datos numéricos y categóricos y representar datos usando tablas y gráficas. Además, se trabaja con la utilización de encuestas para formular preguntas, hacer interpretaciones y establecer conclusiones.

De acuerdo con el Departamento de Educación de Puerto Rico, en los Estándares de Contenido y Expectativas de Grado (2020), en el nivel intermedio, es decir de séptimo a noveno grado, se trabaja con comparar e interpretar datos relacionados. En el nivel intermedio es cuando el estudiante comienza a hacer generalizaciones y reconoce que la estadística se puede usar para obtener información sobre una población al analizar una muestra de esta población (DEPR, 2020). En esta etapa se hace la integración del censo y el muestreo, así como el análisis, las comparaciones y las representaciones de la información recogida en el censo. Cuando el estudiante llega al noveno grado, se espera que esté preparado para trabajar con valores esperados y proyecciones. En el nivel superior, el estudiante tiene un conocimiento previo que le permite realizar representaciones e interpretaciones de datos de una sola variable de conteo o medición (DEPR 2020), así como la comprensión de los resultados y cómo pueden variar entre población-muestra y muestra-muestra. En este nivel se comienza a trabajar con las inferencias, justificaciones y conclusiones relacionadas con muestreos, experimentos y estudios previos.

De acuerdo con el Departamento de Educación (2020), el sistema educativo puertorriqueño es un componente fundamental y dinámico, cuya función es responder a las necesidades y exigencias de la sociedad actual. Por lo cual, es importante trabajar con una educación de vanguardia que permita preparar a los estudiantes para el futuro y la integración de la enseñanza estadística en este proceso. Este proceso de enseñanza estadística debe estar centrado en el estudiante para que tenga la oportunidad de aprender matemáticas y aplicar ese conocimiento a situaciones reales (*Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, 2000). Se debe enfocar en la solución de problemas y trabajar desde un currículo dinámico, centrado en el estudiante, con contextos interesantes y pertinentes que desarrollen el pensamiento crítico (DEPR, 2020) y el razonamiento matemático. Según Perkins (1992), en el nivel secundario el procesamiento de la información a través de la resolución de problemas, el pensamiento crítico, las estrategias de indagación y la reflexión permite una mejor comprensión de conceptos. Barell (1999) reafirma que guiar a los estudiantes a pensar en situaciones problematizadoras les ayuda al análisis desde distintos espacios.

Del mismo modo, esta propuesta está enmarcada en un paradigma pragmático con un diseño de investigación en acción, donde se utilizó la matemática en contexto, los Principios de la Educación Matemática Realista, la solución de problemas y el proceso estadístico investigativo con el fin de conocer la importancia del contexto en la comprensión de conceptos estadísticos. Se propuso una investigación en acción con metodología mixta para recopilar evidencia cualitativa y cuantitativa y de esta manera tener opciones variadas en las técnicas de recopilación de información (Creswell, 2008). La investigación en acción, en este caso, fue realizada por la investigadora para

conocer cómo los estudiantes aprenden estadísticas, mientras que Creswell & Guetterman (2019) afirman que este diseño es útil para atender problemas en la sala de clases y de esta forma mejorar la práctica educativa. Creswell & Guetterman (2019) son enfáticos al catalogar la investigación en acción como un espacio para la reflexión de problemas que permite recopilar y analizar datos, así como realizar cambios curriculares teniendo en consideración los hallazgos. Esta investigación en acción es catalogada como práctica porque el problema se identifica en la sala de clases y está enfocado en el aprendizaje estudiantil (Mills, 2018).

En términos generales, la investigación en acción mixta es resumida en los siguientes pasos (Creswell & Guetterman, 2019; Mills, 2018): (1) identificación del fenómeno a estudiar, (2) clasificación de la investigación en acción, (3) selección de la muestra y muestreo, (4) recopilación de datos cualitativos y cuantitativos, (5) análisis de datos, (6) interpretación de resultados y, (7) desarrollar un plan de acción y reflexión. Además, como fortalezas resalta que facilita la identificación de situaciones escolares que pueden ser atendidas desde adentro (Creswell & Guetterman, 2019; Mills, 2018). Así como que haciendo uso de los datos recopilados permite comprender mejor el problema bajo estudio (Creswell & Guetterman, 2019; Mills, 2018).

Preguntas de investigación

La matemática en contexto se presenta como una estrategia que fusiona el mundo real con el concepto matemático para una mejor comprensión del tema. Por consiguiente, la pregunta principal de investigación en esta propuesta fue: ¿En qué forma la Educación Matemática Realista facilita la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio? Las preguntas secundarias fueron:

(a) ¿Cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto?

(b) ¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio?

Las preguntas de investigación se contestaron mediante una investigación en acción con metodología mixta en tres etapas: diseño, implantación y evaluación. En la primera fase, el diseño curricular, la investigadora creó una unidad curricular con el objetivo de desarrollar el contenido introductorio para la estadística descriptiva utilizando la metodología novedosa al integrar las situaciones contextuales y los principios de la Educación Matemática Realista (EMR). En la segunda fase, la implantación de la unidad curricular, la investigadora trabajó directamente con el estudiantado y sus intereses. Además, en esta fase los estudiantes desarrollaron las situaciones contextuales, completan el proceso de investigación estadística y se hacen las interpretaciones haciendo uso de su razonamiento estadístico. Durante la fase de evaluación curricular, la investigadora hizo una reflexión guiada con doble propósito: recoger los datos cualitativos de la investigación y ayudar al estudiantado a movilizarse en su proceso de matematización.

Definiciones

Aprendizaje contextualizado – está basado en la motivación que relaciona el conocimiento con el contexto real del individuo y le permita llegar al conocimiento examinando y analizando las situaciones contextuales (Giroux, 2003).

Aprendizaje contextualizado de la estadística – es el proceso en que el estudiante formula preguntas que tengan respuestas haciendo uso de datos. Tiene como meta

que el estudiante aprenda a recolectar, organizar, analizar y representar los datos relacionados con las preguntas, además de hacer las inferencias y conclusiones de acuerdo con el contexto de la pregunta (Franklin et al., 2007).

Aprendizaje significativo – está caracterizado por edificar los conocimientos de forma armónica y coherente, por lo que se construye de conceptos sólidos y ocurre cuando una nueva información se conecta con un concepto pre-existente (Ausubel et al., 1978).

Estrategias de enseñanza – procedimiento que emplea el maestro para presentar el material a sus alumnos, implica combinación de métodos y técnicas de enseñanza con el propósito de conseguir objetivos instruccionales (Ortiz, 2009).

Matemática en contexto – situación más o menos problemática que puede ser objeto de estudio y que genera preguntas o problemas que requieren las matemáticas para contestarlas o resolverlas (Alsina, 2011).

Razonamiento estadístico - forma en que las personas razonan las ideas estadísticas y dan sentido a la información que genera conexión y combinación de conceptos (Garfield & Ben-Zvi, 2007). El énfasis del razonamiento estadístico es pensar sobre temas de investigación de una manera práctica y estadísticamente sólida (Bradstreet, 1996).

Razonamiento matemático - basado en el razonamiento deductivo y el lenguaje de prueba donde en el razonamiento deductivo la conclusión es inferida de las premisas (Groth, 2015).

CAPÍTULO II REVISIÓN DE LITERATURA

Introducción

Las estadísticas se han convertido en una disciplina necesaria en el desarrollo como individuos y sociedad, ya que trabaja asuntos para la toma de decisiones informadas en la política pública, el cambio climático, la salud pública y la educación, entre muchos otros campos. Además, permite atender asuntos personales para tomar decisiones sobre la salud y finanzas, entre muchos otros. Por ejemplo, es necesario poseer un buen razonamiento estadístico para tomar decisiones informadas sobre asuntos de presupuesto, ahorros y gastos en un hogar. A pesar de esto, se ha encontrado que estudiantes de diferentes niveles educativos, muestran problemas con la aplicación de conceptos estadísticos básicos en la vida diaria porque se enfatiza en el algoritmo y la mecánica más que en la comprensión del concepto (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007; Garfield & Ben-Zvi 2007; Russell & Mokros 1996; delMas et al., 1999). Del mismo modo, se propone un cambio en la enseñanza de la estadística en todos los niveles, resaltando la comprensión y la aplicación de conceptos desde las situaciones en contexto y la vida real (Díaz 2013; Garfield & Ben-Zvi, 2007; delMas et al., 1999). Lo antes mencionado coincide con el marco conceptual que apoya esta investigación, la Educación Matemática Realista y su interés en hacer cambios en los procesos mecanicistas de la enseñanza de las matemáticas.

En este capítulo, la investigadora describe la importancia de la matemática en contexto para la investigación y se presenta el marco conceptual que apoya la investigación: Educación Matemática Realista. Además, se describe el proceso de

matematización y el proceso de la solución de problemas estadísticos investigativos para lograr un razonamiento estadístico profundo. En la tercera sección, se profundiza en el desarrollo e importancia del razonamiento estadístico desde el nivel primario. En la cuarta sección, la investigadora diferencia el razonamiento estadístico y el razonamiento matemático. Finalmente, en la quinta sección, la investigadora presenta un resumen de investigaciones realizadas sobre el desarrollo del razonamiento estadístico en diferentes niveles educativos y países.

Matemática en contexto

La matemática en contexto fue definida por Alsina (2011) como una “situación problemática que puede ser objeto de estudio y que genera preguntas o problemas que requiere las matemáticas para contestarlas o resolverlas” (Alsina 2011 p.13). El marco curricular del Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) y el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), hacen énfasis en la importancia de los contextos y las situaciones de la vida diaria para el aprendizaje de las matemáticas. A esto, Camarena (2017) añade que la matemática en contexto está centrada en el estudiante y trabaja con el aprendizaje significativo. Este señalamiento va a la par con lo que establece el Marco Curricular de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico (2020) donde a través del contexto el estudiante puede manipular, experimentar, construir, cuestionar, imaginar reflexionar e investigar el contenido matemático (Departamento de Educación, 2020). Al hacer uso de la matemática en contexto es importante que ese contexto utilizado cumpla con dos características: (1) sea pertinente para los alumnos y (2) esté alineado al contenido del curso (DEPR, 2020).

Por su parte, Díaz & Careaga (2021), indicaron que los contextos hacen aportaciones significativas al aprendizaje de las matemáticas porque ofrece distintas oportunidades en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Asimismo, añadieron que la matemática en contexto es un proceso donde se aplica el conocimiento previo para resolver situaciones de la vida diaria que se relacionan con las matemáticas y el contenido de la clase (Díaz & Careaga, 2021).

Parra (2013) indicó que existe una necesidad educativa de establecer conexiones reales entre las matemáticas que se enseñan en la sala de clase y las matemáticas que existen en el mundo real. Añadió, que el aprendizaje de las matemáticas debe ayudar al estudiante a desenvolverse en la vida diaria (Parra, 2013). Mientras que Ramos & Font (2006), identificaron que existe una brecha entre la enseñanza de las matemáticas y la aplicación de estas a la vida diaria que se puede atender a través de la matemática en contexto. Del mismo modo, Boaler (2016) mencionó que el usar los contextos permite que el estudiante se relacione de una forma diferente con el contenido matemático y esto puede disminuir la brecha mencionada por Ramos & Font (2006).

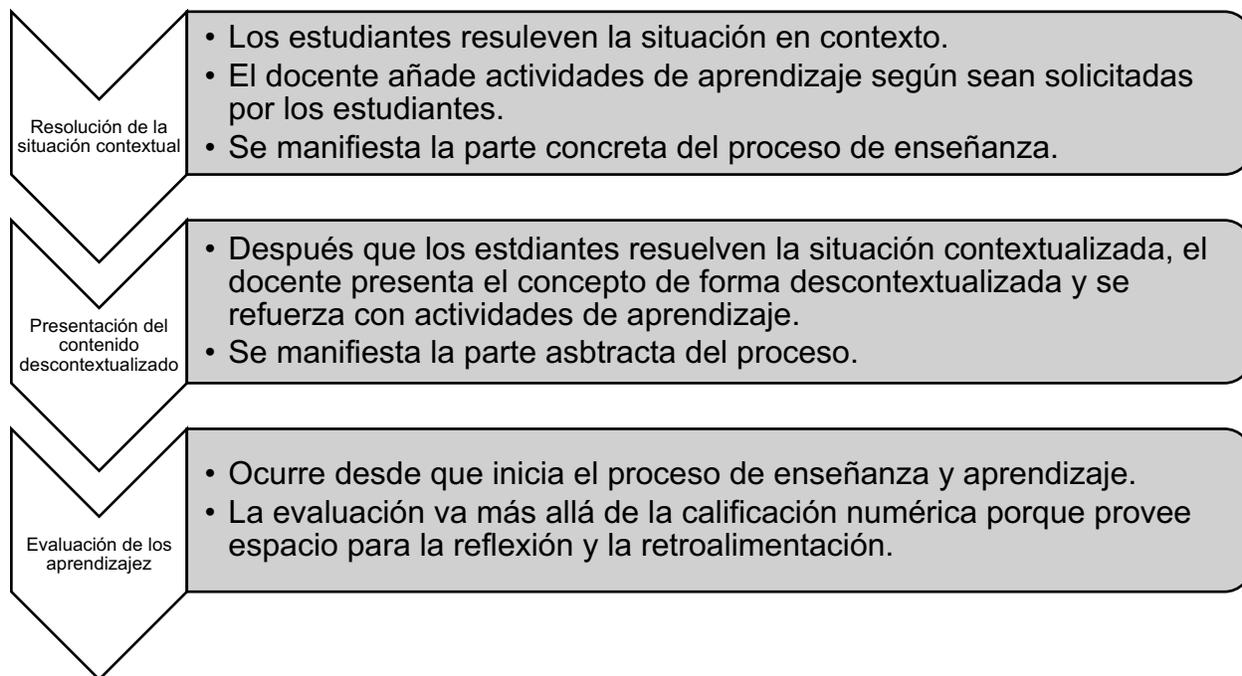
Por otro lado, Camarena (2017) estableció tres pasos para el proceso metodológico de la matemática en contexto: (1) resolución de una situación en contexto durante la clase, (2) presentación del contenido descontextualizado, haciendo uso de actividades de aprendizaje para lograr la abstracción y, (3) evaluación de los aprendizajes. El primer paso, la resolución de una situación en contexto, comienza cuando el docente provee una situación en contexto para que los estudiantes la resuelvan (Camarena, 2017). Para efectos de esta investigación, en este primer paso

se hace énfasis en que la situación en contexto sea una selección en conjunto entre el docente y los estudiantes para garantizar la pertinencia y el interés a los que hace referencia Boaler (2016). Durante este primer paso es importante que los estudiantes comprendan la situación, puedan identificar las variables, construir modelos matemáticos, solucionar e interpretar el modelo (Camarena, 2009). El segundo paso, la presentación del contenido descontextualizado, según Camarena (2017) es donde ocurre la formalidad matemática y la abstracción del contenido matemático. Mas aún, Camarena (2017) establece que la importancia de esta etapa se da cuando el estudiante logra la conexión entre el contexto y la abstracción para internalizar que la matemática es aplicable a distintos contextos y situaciones de la vida diaria. Este segundo paso, establecido por Camarena (2017), es importante para esta investigación porque atiende la importancia de lograr una conexión significativa y real entre el mundo exterior y la matemática al cual hace mención Boaler (2016). La tercera y última etapa, establecida por Camarena (2017), es la evaluación de los aprendizajes; donde se resalta que la evaluación se enfoca en el aprendizaje durante todo el proceso (Camarena, 2017). Es decir, que no es solamente una calificación o puntuación obtenida por un trabajo realizado, sino un proceso continuo de reflexión que está presente en todo el proceso de enseñanza y aprendizaje (Camarena, 2017). Este tercer paso hace referencia a la importancia de la reflexión y la retroalimentación, que Boaler (2016) reafirmó como importante y necesario en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para fines de esta investigación, es importante trabajar con técnicas de evaluación que vayan más allá de la calificación y que permitan estrategias y actividades que fomenten la reflexión y la observación en la sala

de clases. A continuación, la Figura 1 sintetiza los pasos para la matemática en contexto presentado por Camarena (2017).

Figura 1

Pasos para el proceso de matemática en contexto presentado por Camarena (2017)



Finalmente, la matemática en contexto está directamente relacionada con la Educación Matemática Realista (EMR) porque Freudenthal (1991) señala la importancia de sacar la matemática de la parte mecánica y convertirla en una actividad humana que debe ser enseñada desde las conexiones a la vida diaria y a la realidad estudiantil. Parra (2013) es más enfático al añadir que el aprendizaje de la matemática debe generar una interacción entre el estudiante, la materia y las experiencias de vida.

Educación Matemática Realista

La Educación Matemática Realista fue desarrollada en Holanda y uno de sus máximos exponentes es el alemán Hans Freudenthal (1905-1990). Este enfoque surgió como respuesta a la postura del enfoque mecanicista de la enseñanza de las matemáticas (Bressan & Zolkower, 2006). Según Freudenthal (1991), la enseñanza de la matemática debe estar conectada a la realidad y ser relevante para los estudiantes. Se caracteriza por la construcción del conocimiento propio, reconociendo la importancia del conocimiento previo y el uso de los contextos. Por esto, estableció la importancia de que los estudiantes estén relacionados con el proceso de matematizar, el cual define como “organizar la realidad con medios aritméticos, incluida la matemática misma” (Freudenthal, 1973, p.44). Esta construcción de conocimiento conectada a la realidad que establece Freudenthal (1991), se relaciona con el segundo nivel que establecen Garfield & Ben-Zvi (2007), que es el razonamiento estadístico como la manera en que el estudiante trabaja ideas estadísticas y sus conexiones.

Las herramientas conceptuales de la educación matemática realista son la idea central de este enfoque, según Freudenthal (1991). La primera herramienta conceptual es partir de contextos y situaciones problemáticas realistas. Al trabajar con esta primera herramienta de Freudenthal (1991), también se trabajó con el nivel de razonamiento estadístico, enfocado en las situaciones contextuales o problemáticas. Para Freudenthal (1991) es importante ver la matemática como actividad humana a la que todas las personas pueden tener acceso. Además, establece que es necesario que la matemática ayude a las personas a resolver problemas cotidianos. Freudenthal define el contexto como “ese dominio de la realidad el cual, en algún proceso de aprendizaje

particular, es revelado al aprendiz para ser matematizado” (Freudenthal, 1991, p. 73). Según Bressan & Zolkower (2006), esta herramienta conceptual trabaja directamente con el interés del estudiante, promueve el sentido común y permite estrategias diversas de solución. Estos detalles son importantes para esta investigación, porque fundamentan el desarrollo de un currículo pertinente, que despierte el interés y la aplicación del estudiantado.

La segunda herramienta conceptual establecida por Freudenthal (1991) fue el uso de modelos que emergen de las actividades para hacer representaciones y organizar situaciones. Freudenthal definió los modelos como “un intermediario, a menudo indispensable, a través del cual una realidad o teoría compleja es idealizada o simplificada con el fin de volverla susceptible a un tratamiento matemático formal” (1991, p. 34). Esta herramienta también es fundamental para esta investigación porque trabaja con la construcción del conocimiento, así como con la importancia de la organización y la esquematización de situaciones. Estos modelos permiten flexibilidad y viabilidad en los niveles de profundidad, la alineación vertical, las construcciones estudiantiles y el proceso de enseñanza.

Para Freudenthal (1991), la tercera herramienta conceptual fue el maestro como guía para que los estudiantes reinventen ideas y creen herramientas matemáticas luego de organizar, diagramar y esquematizar situaciones problemáticas. En este proceso es importante el trabajo colaborativo, la discusión académica y la evaluación para la construcción del aprendizaje. Para este enfoque, según Bressan & Zolkower (2006) la mediación del maestro es esencial para trabajar con la interacción entre el estudiante y las situaciones problemáticas. Este punto es importante porque presenta

la importancia del maestro al momento de trabajar la enseñanza de la estadística desde una perspectiva aplicada a la vida real, además de mantener esa enseñanza conectada al mundo real; es decir, realizable e imaginable.

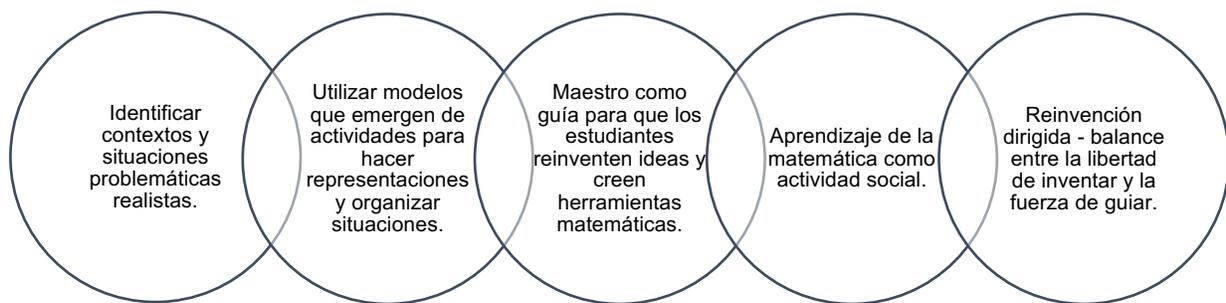
La cuarta herramienta conceptual que establece Freudenthal (1991) fue la matemática y el aprendizaje de la matemática como actividad social. Según Bressan & Zolkower (2006), esta actividad social o reflexión colectiva genera niveles de comprensión más profundos. Aquí se resaltaron las relaciones entre alumno-docente y alumno-alumno, que generan conocimiento. Es necesario comprender la importancia del docente en este proceso, así como la importancia del alumno, la ayuda entre pares y las situaciones matemáticas que surgen de la actividad social. Es claro que la relación maestro-estudiante genera conocimiento, pero la relación entre estudiante-estudiante también genera conocimiento y reflexión sobre situaciones particulares.

La última herramienta conceptual establecida por Freudenthal (1991) fue la reinención dirigida, definida como el balance entre la libertad de inventar y la fuerza de guiar. El estudiante debe tener la oportunidad de reinventar las matemáticas, así como los maestros deben proveer los espacios y las destrezas pertinentes para llevar a cabo esas discusiones educativas. Este tipo de resoluciones a situaciones problemáticas realistas genera la integración de las unidades curriculares, brindando mayor coherencia en la enseñanza de las matemáticas (Bressan & Zolkower, 2006). Este último punto conceptual está directamente relacionado con esta investigación porque trabaja la importancia de crear currículos con voz, intereses y necesidades estudiantiles. Considero que estas herramientas conceptuales van a permitir desarrollar currículos para la enseñanza de la estadística que estén atemperados a la realidad

como sociedad y país, ya que permite identificar situaciones matemáticas realistas, construir conceptos, colaborar entre pares, desarrollar la actividad social, la pertinencia, la solución y resolución de situaciones problemáticas realistas y contextuales. A continuación, la Figura 2 resume las herramientas conceptuales de la Educación Matemática Realista.

Figura 2

Herramientas conceptuales de la Educación Matemática Realista



El método para trabajar la matemática realista está basado en experimentos de pensamiento y experimentos de enseñanza. Según Freudenthal (1991), los experimentos de pensamiento permiten saber cómo se van a desarrollar las actividades en la sala de clases, mientras que los experimentos de enseñanza trabajan con la búsqueda de evidencia para confirmar teorías. Esto lleva a pensar en la importancia de la reflexión dentro de la enseñanza de la estadística. Según Ryan (2012), la reflexión es una expectativa común en la sala de clases porque actúa sobre el proceso de retroalimentación, distinto a la reflexión como método de avalúo. A través de la retroalimentación se obtiene mantener el contenido actualizado y atemperado a la situación actual. La reflexión se trabaja mediante diarios reflexivos, entrevistas y

debates, entre otros. El propósito principal de este enfoque está directamente relacionado con el desarrollo de conceptos matemáticos de los estudiantes en la sala de clases. Mediante el uso de este enfoque se promueve el aprendizaje de maestros y estudiantes, el desarrollo de estrategias para la solución de problemas, así como la técnica de argumentar matemáticamente los procesos escogidos para la resolver la situación matemática realista.

Proceso de matematización

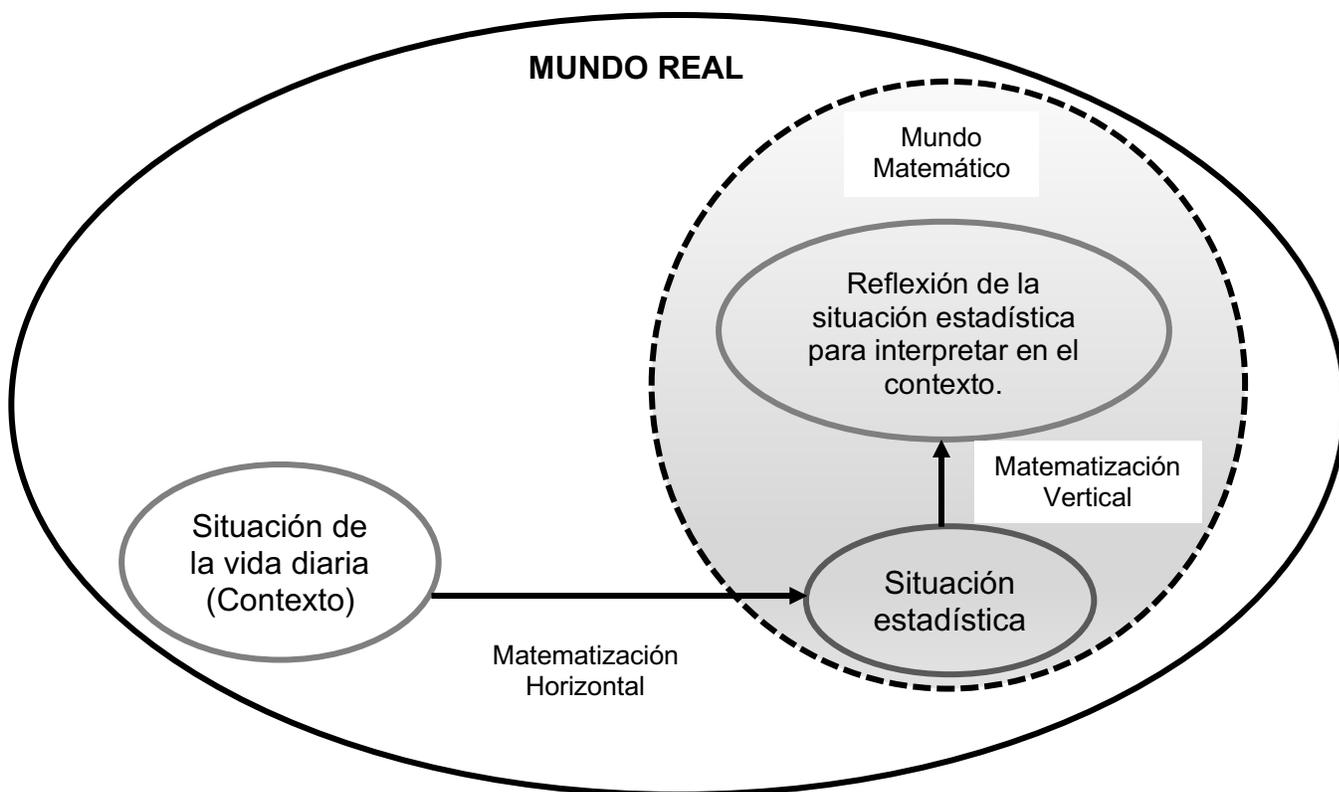
Freudenthal y sus seguidores establecieron los fundamentos de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1973, 1991; Treffers, 1987). Los cinco (5) principios básicos son: (1) actividad, (2) realidad, (3) reinención, (4) niveles e, (5) interacción. En el principio de actividad, Freudenthal (1991) establece que la matemática es una actividad humana accesible a todos para la solución de problemas reales aplicando el conocimiento. Desde el comienzo, Freudenthal (1991) puntualiza que el énfasis no está en aprender los algoritmos sino en formalizar y estructurar conocimientos. Del mismo modo Treffers (1987), establece el concepto de matematización como progresiva ya que el alumno comienza a trabajar un contenido matemático o tema para entonces hacer el análisis de su propia actividad matemática.

El proceso de matematización está compuesto por dos etapas: matematización horizontal y matematización vertical (Treffers, 1987; Freudenthal, 1991). La matematización horizontal es el proceso de convertir un problema contextual en un problema matemático (Freudenthal, 1991), es decir traducir los problemas desde el mundo real al mundo matemático. La definición que Treffers (1987) le da a la matematización horizontal es “la esquematización del área que permite atacar el

problema por medios matemáticos” (Treffers, 1987, p. 71). En el caso de esta investigación, la matematización horizontal trabaja con convertir el problema real en un problema estadístico mediante la construcción de un modelo para resolver la situación contextual. Para lograr esta conversión es necesario hacer uso de la intuición, el sentido común, la observación, la inducción, el conocimiento previo y la indagación (Treffers 1987; Freudenthal 1991). Tarim & Kütküt (2021) añadieron que en la matematización horizontal los estudiantes utilizan herramientas matemáticas que les permiten atender el problema de la vida real, por lo cual incluye: definir el problema y visualizarlo desde diferentes perspectivas. Mientras que, la matematización vertical se trabajó con estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba y simbolización para lograr mayores niveles de formalización matemática (Freudenthal, 1991). Por su parte, Treffers definió la matematización vertical como: “las actividades que siguen y están relacionadas con el proceso matemático, la solución de problema, la generalización de la solución y la posterior formalización matemática” (Treffers, 1987, p. 71). Treffers (1987) añadió que durante la matematización vertical se debe profundizar en el estudio de los objetos matemáticos. Además, para Tarim & Kütküt (2021) en la matematización vertical se llega a las generalizaciones haciendo uso de modelos matemáticos que permiten la formalización de conceptos. Por otra parte, Parra (2013) agregó que la matematización horizontal y vertical deben ocurrir de forma simultánea. En esta investigación la matematización vertical sucede cuando se procede a utilizar conceptos y destrezas estadísticas para obtener la solución del problema. La Figura 3 resume el proceso de matematización aplicado al aprendizaje de la estadística.

Figura 3

Resumen del proceso de matematización para el aprendizaje de la estadística



Según Rico (2006), la matematización horizontal incluye detalles importantes como la representación de diferentes formas del problema, identificar relaciones y patrones, traducir el problema a un modelo matemático, hacer una selección de herramientas y recursos adecuados. Del mismo modo, Rico (2006), señala que las actividades como hacer uso de lenguaje simbólico, formal y técnico, ajustar modelos, integrar modelos, argumentar y generalizar están directamente relacionadas con la matematización vertical. Finalmente, la matematización plantea un enfoque inverso al tradicional donde primero se trabaja el concepto para luego dar el contexto, mientras

que con la matematización se pretende comenzar con el contexto para entonces definir o refinar el concepto.

Proceso de solución de problemas estadísticos

La solución de problemas forma parte esencial en la enseñanza de distintas disciplinas, la estadística no es la excepción. Bargagliotti et al. (2020) propusieron que el aprendizaje de la estadística no sea de forma desconectada, sino mediante la solución de problemas estadísticos desde una perspectiva investigativa y activa. Bargagliotti et al. (2020) establecieron que los pasos para este proceso investigativo-estadístico son: formular la pregunta de investigación estadística, recolectar o considerar la data, seleccionar y aplicar los métodos apropiados para el análisis de datos y, la interpretación de resultados. Asimismo, Bargagliotti et al. (2020) dividen el proceso de solución de problemas estadísticos en tres niveles de desarrollo: Nivel A, Nivel B y Nivel C. No se puede llegar al Nivel C sin haber experimentado las experiencias del Nivel A y B (Bargagliotti et al., 2020). Es decir que, si un estudiante no ha tenido experiencia previa con el Nivel A, sin importar su edad, necesita empezar en el Nivel A. Estos niveles garantizan que los estudiantes obtengan las experiencias necesarias por nivel. La Figura 4 resume el proceso estadístico investigativo presentado por Bargagliotti et al. (2020).

Figura 4

Pasos para el proceso investigativo estadístico de Bargagliotti et al. (2020)



El enfoque de resolver problemas estadísticos permite una mejor comprensión de conceptos, que a su vez genera un mejor razonamiento estadístico (Snee, 1993). La formulación de preguntas y el cuestionamiento son importantes durante todo el proceso estadístico investigativo (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007). Para este primer paso en el Nivel A, el estudiante “comienza a tomar conciencia de la distinción de la pregunta estadística” (Franklin et al., 2007, p. 14). En este nivel el docente plantea posibles preguntas de interés limitadas a las situaciones en la sala de clases (Franklin et al., 2007). Para el nivel B, se espera un aumento en la conciencia sobre la pregunta estadística y se les permite a los estudiantes comenzar a plantear posibles preguntas estadísticas que se extiendan a situaciones fuera del salón de clases (Franklin et al., 2007). En el nivel C, los estudiantes distinguen las preguntas estadísticas que plantean los estudiantes y comienzan las generalizaciones de estas preguntas (Franklin et al., 2007).

Relacionado con la formulación de buenas preguntas estadísticas, Arnold & Franklin (2021) las clasifican en cuatro tipos de preguntas: las preguntas estadísticas investigativas, las preguntas de encuestas o recolección de datos, las preguntas interrogativas y las preguntas de análisis. Las preguntas estadísticas investigativas son los cuestionamientos que se hacen acerca de la data y es el problema estadístico que debemos solucionar (Arnold & Franklin, 2021). La importancia de este tipo pregunta coincide con el acercamiento de las actividades presentadas por Bargagliotti et al. (2020). Por otro lado, Arnold & Franklin (2021) establecen que las preguntas sobre cuestionarios o data son aquellas que se hacen sobre cómo obtener la data. De acuerdo con, Bargagliotti et al. (2020) la profundidad de este tipo de preguntas

depende de cuán desarrollado está el razonamiento estadístico. Mientras que las preguntas interrogativas, Arnold & Franklin (2021) las definen como aquellas que se deben hacer en todo el proceso para asegurar se puede explicar cómo se recopilan los datos, cuáles son las variables, cómo se miden y cuáles pueden ser posibles resultados. Este tipo de preguntas ayuda a mantener claro el propósito principal del problema estadístico inicial. Como último tipo de pregunta, Arnold & Franklin (2021) mencionan las preguntas de análisis que son las que están directamente relacionadas con interpretación, gráficas, tablas e inferencias sobre todo el proceso estadístico investigativo. Este tipo de preguntas permite hacer comparaciones, inferencias y concretar nuevos y, posibles problemas estadísticos. Del mismo modo, Arnold & Franklin (2021) indican que estas preguntas están relacionadas con detalles como: más común, menos común, cantidad mínima o máxima, comparaciones o proporciones, categorías sin respuesta y variabilidad de los datos.

Durante el segundo paso del proceso estadístico, la recolección de datos, “todavía no hay diseño para las diferencias” (Franklin et al., 2007, p. 14) en el Nivel A. Este nivel se caracteriza por trabajar el censo en la sala de clases y realizar experimentos simples (Franklin et al., 2007). En el Nivel B, los estudiantes comienzan a desarrollar conciencia sobre el diseño para las diferencias, así como el uso del concepto aleatorio (Franklin et al., 2007). El concepto de aleatorio se trabaja mediante encuestas por muestreo y experimentos comparativos con asignación aleatoria (Franklin et al., 2007). Para el tercer Nivel C, los estudiantes establecen diseños para las diferencias, diseños muestrales de selección aleatoria y diseños experimentales con aleatorización (Franklin et al., 2007).

El análisis de datos es el tercer paso del proceso estadístico y contiene conceptos que son fundamentales en el razonamiento estadístico. En el Nivel A, atiende el uso de propiedades de distribuciones en un contexto específico (Franklin et al., 2007). En este nivel el estudiante es capaz de identificar variabilidad dentro del grupo, además de hacer comparaciones: individuo con individuo, individuo con grupo (Franklin et al., 2007). Para este nivel también se espera que el estudiante comience a identificar asociaciones entre dos variables (Franklin et al., 2007). En el Nivel B, se amplía el uso de propiedades particulares de distribuciones como herramientas de análisis y se trabaja con medir la variabilidad de un grupo, hacer representaciones gráficas de comparaciones entre grupos, identificar el error muestral y atender modelos simples de asociación (Franklin et al., 2007). Para el Nivel C, el estudiante hace uso de las distribuciones en el análisis de forma global y profundiza en conceptos como variabilidad dentro de grupos y entre grupos, además de hacer comparaciones entre grupos usando representaciones y variabilidad (Franklin et al., 2007). Del mismo modo, en este nivel se espera que el estudiante pueda describir el error muestral, calcular el error muestral y hacer ajustes a modelos para el concepto de asociación (Franklin et al., 2007).

El cuarto paso del proceso es la interpretación de datos donde para el Nivel A establecen que los estudiantes “no miran más allá de los datos” (Franklin et al., 2007, p. 14). En el Nivel A, se espera que los estudiantes hagan generalizaciones solo de las situaciones establecidas en el salón de clases e identifiquen las diferencias entre personas con condiciones distintas (Franklin et al., 2007). Para el nivel B, se espera que comience la inmersión del estudiantado a “mirar más allá de los datos” (Franklin et

al., 2007, p. 14), explicar la representatividad de la muestra y diferencian los estudios observacionales de los experimentales (Franklin et al., 2007). Asimismo, en este nivel se espera que los estudiantes interpreten modelos básicos de asociación y puedan distinguir entre asociación, causa y efecto (Franklin et al., 2007). El nivel C del cuarto paso del proceso, es donde los estudiantes miran más allá de los datos en algunas situaciones, logran hacer generalizaciones y profundizan en la importancia de la aleatorización en los experimentos (Franklin et al., 2007). Del mismo modo, en este nivel es que entienden la diferencia de estudios observacionales versus estudios experimentales y hacen interpretaciones de medidas de asociación y modelos de asociación (Franklin et al., 2007). Finalmente, para este nivel del análisis de datos se espera que el estudiante distinga entre conclusiones de asociación y conclusiones de experimentos (Franklin et al., 2007).

Por otro lado, Davies y Sheldon (2021), puntualizan que cuando se usan los datos en la solución de problemas estadísticos es necesario que los datos sean reales y ricos en información que permitan la exploración de conceptos estadísticos, además de hacer uso de los datos para investigar las preguntas que surgen de los contextos reales. Ellos mencionan que los números sin contexto no tienen sentido, por lo que necesitan de la interpretación para mantener el contexto y tener una mejor comprensión del problema estadístico (Davies & Sheldon, 2021). En el desarrollo del razonamiento estadístico para el nivel intermedio, Kader & Mamer, (2008), recomiendan que se realicen actividades que fomenten la solución de problemas estadísticos, con el fin de relacionar medidas numéricas y representaciones gráficas. De forma cónsona, Franklin et al. (2007) y Bargagliotti et al. (2020) recalcan que el

estudiante debe tener experiencias con la solución de problemas estadísticos desde los niveles primarios para de esta forma ir profundizando a medida que vamos subiendo de nivel. Esto va a la par con el concepto de matematización vertical presentada por la Educación Matemática Realista.

Según Bargagliotti et al. (2020) en el nivel intermedio se espera que los estudiantes trabajen con generar preguntas estadísticas de interés propio, a su vez puedan involucrar grupos mayores que su salón de clases y diferenciar entre muestra, censo y población. Asimismo, en la recopilación de datos, el estudiante es capaz de realizar censos que incluyan más de un salón, diseñar encuestas y realizar muestreos sencillos probabilísticos y no probabilísticos (Bargagliotti et al., 2020). Para el análisis de datos en el nivel intermedio, Bargagliotti et al. (2020) recalcan los conceptos de distribuciones de datos, variabilidad, comparación de distribuciones mediante resúmenes gráficos y numéricos. En la interpretación de resultados, Bargagliotti et al. (2020) destacan que los estudiantes en el nivel intermedio puedan distinguir entre medidas de tendencia central y dispersión. En este nivel, es que se logra la abstracción de lo que es una muestra representativa y no representativa.

Enseñanza del razonamiento estadístico

La enseñanza del razonamiento estadístico ha sido considerada parte integral del currículo de matemáticas desde 1989 por el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000). El razonamiento estadístico según Bradstreet (1996) es pensar sobre temas de investigación de forma práctica y estadísticamente sólida: formular preguntas correctas, recopilar datos de forma efectiva, elegir métodos de análisis adecuados probables y resumir e interpretar datos adecuadamente. Por su

parte, Garfield & Ben-Zvi (2007) definen el razonamiento estadístico como la forma en que las personas razonan las ideas estadísticas y dan sentido a la información; este tipo de razonamiento genera conexión y combinación de conceptos.

Por otro lado, Snee (1993), recomendó hacer cambios curriculares en la enseñanza de la estadística. De la misma forma, Snee (1993) estableció que la enseñanza estadística se ha dado de forma tradicional centrada en el desarrollo de conocimientos sin valor, pertenencia o comprensión de la aplicación a la vida diaria. Ante esto, varios autores mencionan la importancia de comenzar la enseñanza estadística desde el análisis de datos y de manera práctica (Moore & Cobb, 1997; Russell & Mokros, 1996; Cobb 1992). La recomendación de Cobb (1992) fue puntual, al decir que la enseñanza de conceptos estadísticos debe ser menos teoría y enfatizar los esfuerzos en utilizar datos reales que fomenten un aprendizaje activo. Más adelante, Moore & Cobb (1997) recomendaron retrasar la enseñanza algorítmica, de fórmulas y la teoría de probabilidades, dando prioridad al desarrollo del razonamiento estadístico en la parte de análisis de datos desde una perspectiva aplicada. Por su parte, Russell & Mokros (1996), son más enfáticos al mencionar que antes de trabajar con el algoritmo del análisis de datos es necesario que el estudiante haya hecho una abstracción de los conceptos. Ellos concluyeron que cuando el concepto se enseña prematuramente no hay beneficio para la comprensión del concepto y el desarrollo del razonamiento estadístico (Russell & Mokros, 1996). Además, sugirieron que se le permita al estudiante trabajar con data real para que pueda desarrollar y articular ideas, de esta forma trabaja el desarrollo del razonamiento estadístico (Russell & Mokros, 1996). Del mismo modo, Bradstreet (1996) estableció que es común que los estudiantes sean

abacorados de definiciones y algoritmos que no logran comprender, relacionar, ni establecer conexiones con el mundo real. Además, recomendó el uso de gráficos para desarrollar el descubrimiento, la interpretación y la comprensión del razonamiento estadístico, resaltando la importancia de que el estudiante entienda y comprenda la data para poder alcanzar el razonamiento estadístico. (Bradstreet, 1996).

Análogamente, delMas et al. (1999) reiteraron que para desarrollar un mejor razonamiento estadístico es necesario que los estudiantes construyan un entendimiento profundo de los conceptos fundamentales. Finalmente, Garfield & Ben-Zvi (2007), puntualizaron que la mejor manera de desarrollar el razonamiento estadístico es permitiéndole a los estudiantes que experimenten con datos reales y de su interés, para resolver problemas estadísticos.

En el 2007, se publicó el documento: “Lineamientos para la Evaluación y Enseñanza en Educación Estadística, Reporte (GAISE): Un marco para el currículo de Pre-K – 12”, cuyo propósito es trabajar el razonamiento estadístico desde temprana edad (Franklin et al., 2007). Además, establecen que: “Cada graduado de la escuela preparatoria debe estar en condiciones de usar un sólido razonamiento estadístico para afrontar inteligentemente los requerimientos de la ciudadanía, el empleo, la familia y estar preparado para una vida sana, feliz y productiva” (Franklin et al., 2007, p. 1). De acuerdo con Bargagliotti et al. (2020), el desarrollo del razonamiento estadístico debe permitir al estudiante graduado: formular preguntas estadísticas, seleccionar métodos apropiados para el análisis de datos, hacer inferencias y predicciones basadas en datos y aplicar teorías de probabilidad. Franklin et al. (2007) y Bargagliotti et al. (2020) en este marco establecen los principios para la enseñanza de la estadística. Estos

principios hacen énfasis en la comprensión conceptual, el aprendizaje activo, el uso de datos reales, la solución de problemas estadísticos reales y la integración de la tecnología (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007).

Asimismo, Scheaffer et al. (2008), recalcó que los seres humanos diariamente atienden situaciones que están relacionadas con el razonamiento estadístico, por lo cual es importante desarrollar un razonamiento estadístico con énfasis en la solución de problemas estadísticos reales y así lograr un ciudadano informado. Más recientemente, Horton & Hardin (2015) destacaron que los currículos estadísticos deben lograr un compromiso genuino del estudiante con el proceso de análisis de datos, la utilidad de la estadística en la vida diaria y la selección de problemas estadísticos reales que se ha mencionado desde el inicio de esta investigación. Del mismo modo, Ridgway (2016) fue más enfático cuando menciona que es importante asegurar que los estudiantes se involucren en cada paso de la solución de problemas estadísticos para que creen conciencia sobre los usos actuales y cómo afectan sus vidas.

Por su parte, Hunt (2014), hizo referencia a la creación de tareas para el desarrollo del razonamiento estadístico y reitera que, primeramente, es encontrar una tarea que fomente el aprendizaje activo y la comunicación estudiantil de conceptos estadísticos para luego determinar el contenido que se va a enseñar. En su investigación, se resaltó que uno de los errores en el desarrollo del razonamiento estadístico es determinar el contenido que se va a enseñar como primer paso y luego buscar una tarea que se ajuste a ese contenido. (Hunt, 2014).

Razonamiento estadístico y razonamiento matemático

Para esta investigación es importante diferenciar entre el razonamiento estadístico y el razonamiento matemático. Por lo cual, es importante hacer una reflexión sobre las características del razonamiento estadístico y el matemático, ya que para ambos los números son protagonistas (Scheaffer, 2000). Una de las diferencias puede ser que ambas disciplinas tienen discursos diferentes, ya que el razonamiento matemático tiene un discurso basado en el razonamiento deductivo y el lenguaje de prueba, mientras que el razonamiento estadístico está fundamentado en el razonamiento inductivo, las inferencias y las conclusiones calificadas (Groth, 2015). Se puede que en el razonamiento deductivo la conclusión es inferida de las premisas, mientras que en el razonamiento inductivo la verdad de las premisas no garantiza la verdad en la conclusión.

Otro detalle que diferencia el razonamiento estadístico y el razonamiento matemático está en el concepto de la medición. Según Groth (2015) el concepto de medición se trabaja desde distintas perspectivas. En el razonamiento matemático se enfoca en medir atributos de un objeto, como la longitud, el área y el volumen, mientras que, en el razonamiento estadístico incluye detalles para medir un atributo relacionado con variables y escalas (Groth, 2015).

Un tercer detalle importante, que se mencionó anteriormente, es el aprendizaje contextualizado. Gattuso (2008) establece que en el razonamiento estadístico el contexto es esencial, mientras que en el razonamiento matemático el contexto puede ser independiente. Por lo cual, el razonamiento estadístico está dirigido a recolectar, medir y describir situaciones en contexto, mientras que el razonamiento matemático está dirigido a lograr la abstracción numérica (Gattuso, 2008).

Investigaciones relacionadas a estadísticas, educación y currículo

Smith & Kenlan (2016) realizaron una investigación cualitativa con estudiantes del nivel intermedio donde crearon actividades de la vida real que promueven el razonamiento estadístico, ya que indican que la experiencia de los estudiantes en escuela intermedia con la estadística está limitada a la creación e interpretación de gráficas. Durante la investigación desarrollaron una unidad curricular enfocada en la creación de experiencias de aprendizaje donde los estudiantes aplican el razonamiento estadístico con datos e información real. Entre las conclusiones del estudio destacaron que, aunque los estudiantes pueden realizar con fluidez los procesos, no tienen las habilidades necesarias para aplicar el razonamiento estadístico en situaciones de la vida diaria (Smith & Kenlan, 2016). Otra conclusión importante fue que las experiencias de aprendizaje permitieron a los estudiantes comprender la estadística como una herramienta útil para hacer, contestar y comprender preguntas de situaciones reales y de importancia para la sociedad.

Por su parte, Yuanita et al. (2018) realizaron una investigación cuasi experimental con estudiantes del nivel secundario en Indonesia, titulada: La eficacia del enfoque de la Educación Matemática Realista: el papel de la representación matemática como mediador entre la creencia matemática y la resolución de problemas. El problema del estudio enfatizaba en que los métodos de enseñanza tradicional no ayudan a la abstracción de los conceptos matemáticos (Yuanita et al., 2018). Además, establecieron dos factores que están relacionados a la poca comprensión de los conceptos matemáticos (Yuanita et al., 2018). El primer factor mencionado fue un método de enseñanza tradicional y unidireccional (Yuanita et al., 2018). El segundo

factor mencionado fue que las clases están basadas en teorías, definiciones y procesos mecánicos (Yuanita et al., 2018). Del mismo modo, Yuanita et al. (2018) establecieron que el aprendizaje estudiantil es pasivo y se enfoca en la memorización de fórmulas sin tener una comprensión real de su significado e interpretación. Los investigadores establecieron que la importancia del estudio es enfatizar en: (1) la representación matemática, (2) las creencias matemáticas y, (3) las habilidades matemáticas para resolver problemas; como características vitales para el desarrollo de la disciplina matemática (Yuanita et al., 2018). El estudio respondió a dos preguntas de investigación: (1) ¿El enfoque de la Educación Matemática Realista tiene algún efecto significativo sobre las creencias matemáticas, la representación matemática y la resolución de problemas? (2) ¿Es la representación matemática significativa para la creencia matemática y la resolución de problemas? (Yuanita et al., 2018). De acuerdo con los investigadores, el diseño cuasi experimental se utilizó con el fin de determinar la efectividad del enfoque de la Educación Matemática Realista para mejorar las destrezas de solución de problemas, representación y creencias matemáticas del estudiante (Yuanita et al., 2018). Los investigadores concluyeron que el uso de la Educación Matemática Realista ayuda a aumentar las creencias y representaciones matemáticas, así como las habilidades para resolver problemas (Yuanita et al., 2018). Una conclusión importante que está directamente relacionada a esta investigación fue que, Yuanita et al. (2018) establecen que el enfoque de la Educación Matemática Realista ayuda de forma exitosa a los estudiantes en la formulación de sus propias ideas a partir de situaciones contextuales y experiencias de la vida diaria (Yuanita et al., 2018).

Por su parte, Alsina & Annexa (2021) presentaron una investigación realizada en España con estudiantes del nivel primario titulada: Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización tiene como propósito promover la enseñanza de la estadística en contexto para estudiantes de educación primaria (Alsina & Annexa, 2021). El artículo se divide en dos partes, siendo la primera la importancia de planificar la enseñanza de la estadística en contexto reales y la segunda una investigación estadística escolar a partir del contexto (Alsina & Annexa, 2021). La segunda parte de la investigación se realizó en una escuela primaria en España donde se seleccionó una actividad con un contexto común para promover la enseñanza de la estadística (Alsina & Annexa, 2021). Esta segunda parte, aunque impacta el nivel elemental está muy relacionado con esta investigación porque atiende la importancia de los contextos. La población escolar eran estudiantes de 3 años a 12 años, separados por ciclos; educación infantil (3-4 años), ciclo 1 (5-6 años), ciclo 2 (7-8 años), ciclo 3 (9-11 años) y sexto grado (12 años) (Alsina & Annexa, 2021). La investigación se enfocó en el contexto del carnaval que se celebra anualmente, donde los estudiantes llegan disfrazados desde sus casas (Alsina & Annexa, 2021). Por lo cual, los investigadores seleccionaron que la variable cualitativa es el disfraz que utilizan los estudiantes durante el carnaval y el propósito es analizar el tipo de disfraz que predomina, así como, si existe diferencia entre las temáticas utilizadas por los ciclos (Alsina & Annexa, 2021). A través de las actividades realizadas se atiende lo concreto y abstracto del concepto por ciclo. Cada ciclo profundiza en conceptos y trabaja con distintos temas estadísticos, por ejemplo: conteo, tablas, representaciones, establecer conclusiones, estrategias de solución e interpretaciones de resultados

(Alsina & Annexa, 2021). Los resultados establecieron la importancia de una visión longitudinal del contenido estadístico, por lo cual Alsina & Annexa (2021) recomendaron una línea metodológica que comienza en el recuento de datos para el nivel infantil y termina en la representación de datos para el sexto grado (Alsina & Annexa, 2021). Además, Alsina & Annexa (2021), recalcaron la importancia de lograr una línea metodológica longitudinal y coherente que promueva el desarrollo del razonamiento estadístico en todos los niveles.

De la misma forma, Tarim & Küküt (2021), realizaron una investigación sobre el efecto de la Educación Matemática Realista en el rendimiento matemático de estudiantes de escuela séptimo grado. La investigación titulada: El efecto de la Educación Matemática Realista en el logro de estudiantes de escuela secundaria, utiliza un diseño cuasi experimental para descubrir la relación entre las variables; además de utilizar el modelo de grupo control con una preprueba y posprueba (Tarim & Küküt, 2021). Los investigadores crearon un programa de seis semanas, donde se utilizaba el enfoque de Educación Matemática Realista y asignaron aleatoriamente un grupo experimental y un grupo control con una pre y post prueba de rendimiento (Tarim & Küküt, 2021). La prueba de rendimiento creada por los investigadores constaba de 26 ítems con confiabilidad y validez con el fin de medir el efecto de la enseñanza de conceptos de geometría y medición apoyados por el enfoque de Educación Matemática Realista (Tarim & Küküt, 2021). Tarim & Küküt (2021) señalaron que, para la validez y confiabilidad, trabajaron con la evaluación por cuatro expertos de contenido matemático y dos académicos, así como un análisis de ítems. De acuerdo con el análisis de datos, Tarim & Küküt (2021) establecieron que el enfoque de Educación Matemática Realista

tiene un efecto significativo en las puntuaciones de desempeño en matemáticas de los estudiantes del grupo experimental en comparación con el grupo control (Tarim y Küküt, 2021). Asimismo, Tarim & Küküt (2021) insistieron en que la enseñanza de las matemáticas con el enfoque de Educación Matemática Realista provee oportunidades para que el estudiantado se integre en el proceso, provea ejemplos y utilicen su propio conocimiento. De la misma forma, el impacto en el aumento del rendimiento en matemáticas del grupo experimental promovió el que los estudiantes muestren más interés a resolver problemas de la vida diaria que les permita interactuar con otros estudiantes para descubrir nuevas estrategias y detalles sobre la situación creada (Tarim & Küküt, 2021). Además, las lecciones creadas con el enfoque de Educación Matemática Realista ayudaron al grupo experimental a trabajar la parte concreta y alcanzar la parte abstracta de los conceptos enseñados (Tarim & Küküt, 2021). Por lo cual, basado en los resultados obtenidos, los investigadores recomiendan el uso de actividades matemáticas con enfoque en la Educación Matemática Realista como herramienta para aumentar el rendimiento académico (Tarim & Küküt, 2021).

Van Dijke-Droogers et al. (2017) mencionaron como preocupación que la enseñanza de la estadística se enfoca en la parte metodológica y de cálculos sin interpretación limitando de esta forma el razonamiento estadístico y la aplicación a la vida diaria. La pregunta que atendió esta preocupación fue: ¿un enfoque de aprendizaje diferenciado centrado en el razonamiento estadístico con representaciones visuales aumenta la alfabetización estadística de los estudiantes de octavo grado? La pregunta de investigación se trabajó mediante una metodología exploratoria donde se comparan los logros de aprendizaje mediante preprueba y posprueba; que está

enfocada en el razonamiento estadístico con un enfoque de aprendizaje diferenciado (Van Dijke-Droogers et al., 2017). Para atender la intervención, los investigadores desarrollaron un módulo de aprendizaje diferenciado con actividades de investigación que desarrollan el razonamiento estadístico mediante representaciones visuales en los estudiantes impactados (Van Dijke-Droogers et al., 2017). En los resultados, se resaltó que las puntuaciones de la preprueba y posprueba presentan un aumento en la alfabetización estadística mediante el desarrollo del razonamiento estadístico con representaciones visuales (Van Dijke-Droogers et al., 2017). Del mismo modo, la investigación mostró un aumento significativo en la interpretación y razonamiento de la información estadística. En resumen, Van Dijke-Droogers et al. (2017), sugirieron que la intervención diseñada acarreoó una mayor alfabetización estadística. Este estudio es importante para esta investigación porque enfoca en el desarrollo de actividades curriculares que fomenten el desarrollo del razonamiento estadístico en el estudiantado.

A su vez, Bradstreet (1996) realizó un estudio con estudiantes de nivel subgraduado donde recomendó que en el proceso de enseñanza de la estadística es importante reducir el uso de fórmulas complejas y la notación matemática, sin antes trabajar con la comprensión de los conceptos y el razonamiento estadístico. Esto coincide con la esencia de la Educación Matemática Realista de hacer cambios en la enseñanza mecanicista de los conceptos. Para lograr este razonamiento estadístico, Bradstreet (1996) propuso que en la actividad de inicio se promoviera una discusión de preguntas guías dirigidas al desarrollo del razonamiento estadístico, utilizando como base los intereses y especialidades de los estudiantes. El énfasis en utilizar datos

relevantes y de valor para los estudiantes promueve un aprendizaje significativo (Bradstreet, 1996; Snee, 1993). Bradstreet (1996) concluyó que los estudiantes tienen una mejor comprensión de los conceptos estadísticos cuando logran relacionar los conceptos con problemas estadísticos reales. Además, Bradstreet (1996), recomendó que se identifiquen bases de datos que sean de acceso universal y comunitario, así como de utilidad para trabajar problemas estadísticos aplicados y de pertenencia al estudiante.

Del mismo modo, Peng et al. (2021) realizaron un estudio de caso titulado: Diagnosticando problemas de análisis de datos en el salón de clases, en estudiantes del nivel subgraduado donde establecen la importancia del uso de problemas y datos del mundo real como herramienta para el análisis de datos. Los investigadores resaltaron que cuando el estudiantado comprende el análisis de datos puede integrar diferentes habilidades en situaciones variadas (Peng et al., 2021). El objetivo del estudio fue realizar una descripción de un enfoque para enseñar a los estudiantes habilidades para identificar problemas en el análisis de datos; que fue atendido a través de un estudio de caso enfocado en el razonamiento de los estudiantes (Peng et al., 2021). El ejercicio realizado para este propósito permitió a los estudiantes describir escenarios hipotéticos, resultados esperados y posibles razones para que exista diferencia entre las proyecciones y los datos obtenidos (Peng et al., 2021). A través del ejercicio, los investigadores expresan que los estudiantes demuestran estar motivados para discutir sus experiencias con el análisis de datos al momento de diagnosticar problemas (Peng et al., 2021). Además, Peng et al., (2021) permitieron que los estudiantes evaluaran la profundidad de su conocimiento sobre las herramientas

estadísticas aprendidas y de esta forma recopilaron los datos mediante diagnósticos y sugerencias de seguimiento que proporcionaron información sobre los procesos de pensamiento de los estudiantes. En definitiva, este artículo es pertinente a esta investigación porque atiende la importancia de la reflexión en los procesos de aprendizaje, así como el uso de situaciones reales.

Además, Ty & Snyder (2017) realizaron un estudio para diseñar un modelo instruccional de un curso de estadística utilizando los principios instruccionales de Merrill con el fin de lograr una integración de conceptos a la vida cotidiana y una mejor asimilación. El estudio surgió de la preocupación por la falta de razonamiento y pensamiento estadístico entre los estudiantes de nivel subgraduado matriculados en un curso introductorio de estadística (Ty & Snyder, 2017). De acuerdo con Ty & Snyder (2017), los principios instruccionales de Merrill fueron diseñados para la eficiencia y efectividad en diferentes modelos de aprendizaje y se trabaja en forma de embudo, desde el macro hasta el micro. Los autores resumieron los principios como: centralidad de las tareas, activación, demostración, aplicación e integración (Ty & Snyder, 2017). El principio de integración fue donde el estudiante integra el aprendizaje a la vida cotidiana y logra asimilarlo de mejor manera. El diseño de investigación fue un estudio de caso descriptivo con estudiantes de nivel subgraduado participantes del curso introductorio de estadística para investigar cómo el diseño instruccional del curso facilita la comprensión conceptual y el razonamiento estadístico (Ty & Snyder, 2017). Entre las conclusiones de Ty & Snyder (2017), se destacó la importancia del aprendizaje de la estadística desde los niveles primarios para una mejor comprensión

de conceptos a nivel subgraduado, esto va de acuerdo con el proceso de matematización vertical y profundidad de conceptos dependiendo del nivel.

Asimismo, Ridgway (2016), estableció en su artículo que es necesario mantener actualizado el currículo estadístico porque el “big data” y el “open source” va creciendo, cambiando, actualizando a un ritmo apresurado que puntualiza la importancia y necesidad del desarrollo del razonamiento estadístico para discutir conceptos como el sesgo y la causalidad. Este tipo de fuentes de acceso universal para la recopilación de datos permite trabajar conceptos directamente en el contexto (Ridgway, 2016).

Además, Ridgway (2016) hizo énfasis en que las investigaciones estadísticas se pueden aplicar a contextos de otras disciplinas como las ciencias sociales o las ciencias naturales. Nueva Zelanda fue uno de los países pioneros en el que involucraron la estadística en el currículo y trabajan con la utilidad de la estadística (Ridgway, 2016). En el 2008, cambiaron el currículo escolar a Matemáticas y Estadística y su propósito es: “usar el razonamiento estadístico para resolver problemas que involucren datos reales e interesantes” (Ridgway, 2016, p. 535). De forma general, Ridgway (2016) mencionó que el currículo de Nueva Zelanda trabaja conceptos como: variables, medidas, relaciones, distribuciones, comparaciones, muestra, población, informes estadísticos, patrones, tendencias, variabilidad e interpretaciones. Finalmente, como conclusión a su artículo, Ridgway (2016) recomendó dedicar tiempo a los datos abiertos, trabajar con datos multivariados desde el inicio, hacer uso de gráficos interactivos, integración de la tecnología como herramienta para generar datos y trabajar con la toma de decisiones a base de datos.

En Perú, Murillo (2014) investigó la actitud hacia la estadística y el nivel de conocimientos básicos en estadística en los estudiantes en proceso de formación docente en un diseño cuantitativo de tipo transversal, no experimental; y de esta forma proveer estrategias para mejorar el proceso de enseñanza del razonamiento estadístico. Murillo (2014) destacó en los resultados que el nivel de preparación en conocimiento estadístico es insuficiente. Finalmente, Murillo (2014) recomendó que para mejorar el conocimiento estadístico de los maestros en formación se hagan reajustes curriculares, incorporación de nuevas metodologías para el desarrollo del razonamiento estadístico. Del mismo modo es incisivo al recomendar que, como sociedad, se impulse un mayor desarrollo del razonamiento estadístico a la ciudadanía (Murillo, 2014).

Por su parte, en Colombia, Villaraga (2019) realizó una investigación titulada: Dominio afectivo en Educación Matemática: el caso de actitudes hacia la estadística en estudiantes colombianos. El estudio trabajó con conocer las actitudes hacia la estadística de estudiantes colombianos de nivel superior: décimo y duodécimo grado (Villaraga, 2019), mencionando que el currículo de estadística en Colombia se atiende desde los grados primarios. Además, según Villaraga (2019) en Colombia el razonamiento estadístico es una prioridad educativa necesaria para la vida diaria, empero cuestiona cómo se desarrolla ese razonamiento estadístico si la actitud hacia la estadística es negativa. El autor realizó un estudio descriptivo exploratorio e inferencial, con estudiantes de décimo y undécimo grado de un departamento de Colombia (Villaraga, 2019). Entre los hallazgos más significativos, se destacaron que un factor principal influyente de forma negativa en la actitud hacia la estadística es el haber

repetido cursos de matemáticas en grados anteriores (Villaraga, 2019). Finalmente, Villaraga (2019) recomendó que se realicen proyectos curriculares que atiendan las actitudes de los estudiantes hacia la estadística y del mismo modo que Murillo en Perú, puntualizó la importancia de que el gobierno colombiano impulse la importancia del razonamiento estadístico para la vida diaria.

A su vez, Novo et al. (2021) realizaron una investigación donde utilizaron el enfoque de Educación Matemática Realista para relacionar la probabilidad y estadística con la sostenibilidad en estudiantes del nivel infantil en España (Novo, et al., 2021). El título de la investigación fue: Un acercamiento a la sostenibilidad desde la Educación Matemática Realista en un aula de Infantil y el propósito es promover una conciencia de sostenibilidad planificando y desarrollando actividades con la probabilidad y estadística en niños de 5 a 6 años. Los investigadores enfatizaron en la importancia de las situaciones y actividades significativas de la vida cotidiana que ayudan al estudiante a desarrollar sentido matemático y pensamiento crítico (Novo et al., 2021). La investigación se desarrolló mediante un diseño exploratorio por lo cual, la recolección y análisis de datos cualitativamente haciendo uso de las actividades realizadas por los estudiantes que fueron planificados y desarrollados con base en los principios de la Educación Matemática Realista (Novo et al., 2021). El diseño de las actividades atendió cuatro temas: (1) ciudad sostenible, (2) alimentación saludable, (3) conservación del planeta y, (4) cuidando el medio ambiente; al mismo tiempo que es una situación de aprendizaje en contextos reales (Novo et al., 2021). Asimismo, durante el estudio y las actividades se promueve que los estudiantes indaguen, dialoguen reflexionen y obtengan conclusiones de sus experiencias (Novo et al., 2021). Las investigadoras

concluyeron que se ha promovido la sostenibilidad a partir de las actividades relacionadas con la probabilidad y estadística desde el enfoque de Educación Matemática Realista (Novo et al., 2021). Además, resaltaron que hacer uso de contextos reales, como fue en este caso la sostenibilidad, ha sido beneficio para acercar el tema de probabilidad y estadística en estudiantes del nivel infantil (Novo et al., 2021). Finalmente, este artículo atendió el tema de la estadística con un enfoque de Educación Matemática Realista en el nivel infantil que ayuda en esta investigación en la creación de lecciones atemperadas al enfoque. Asimismo, estableció que el contexto ayuda a la comprensión entre las matemáticas y la sociedad (Novo et al., 2021).

En Puerto Rico hay poca literatura sobre el aprendizaje de la estadística en el nivel escolar. Destacan los trabajos de Colón (2012) y Amaya (2016) con estudiantes del nivel subgraduado y graduado y las actitudes de estos hacia el aprendizaje de la estadística. La investigación realizada por Colón (2012) se tituló: Actitudes de estudiantes universitarios que tomaron cursos introductorios de estadística y su relación con el éxito académico en la disciplina. Colón (2012) trabajó en un paradigma cuantitativo con un diseño de encuesta tipo transversal donde se comparan las actitudes hacia la estadística de los estudiantes participantes. Las preguntas de investigación establecidas por Colón (2012) trabajaron con cuáles son las actitudes hacia la estadística de los estudiantes universitarios y posibles variables que influyen en el éxito académico en los cursos introductorios de estadística. Entre las recomendaciones presentadas por Colón (2012) estuvo el continuar estudiando las actitudes de los estudiantes al inicio y al final de los cursos de estadísticas para evaluar la efectividad de las estrategias instruccionales utilizadas. Asimismo, para la parte

cognitiva Colón (2012) recomendó dirigir el curso a la interpretación de datos más que al procedimiento, es decir que el énfasis debe estar en desarrollar el pensamiento crítico. Finalmente, Colón (2012) reiteró que se deben presentar ejemplos actuales para desarrollar el razonamiento estadístico atemperado a la realidad actual.

Asimismo, la investigación realizada por Amaya (2016) titulada: La interacción individual y grupal: Una estrategia para el aprendizaje de la bioestadística en un curso graduado, trabajó en un paradigma constructivista con una investigación cualitativa de tipo investigación en acción, donde hace uso de tres estrategias de la investigación cualitativa: reflexión individual, entrevista escrita auto administrada y grupo reflexivo, de esta forma logra atender los procesos, percepciones y experiencias de los estudiantes. Los participantes fueron estudiantes de nivel graduado de un curso de análisis estadístico donde la investigadora era la profesora del curso (Amaya, 2016). Las preguntas de investigación estaban dirigidas a cómo la herramienta de interacción individual y grupal es efectiva en el aprendizaje de los estudiantes en un curso de estadística. Entre sus conclusiones destacaron que la estrategia de interacción individual o grupal genera en los estudiantes nuevas formas de aprender y hubo una transformación en su pensamiento hacia la estadística para sus vidas (Amaya, 2016). La estrategia de interacción logró que los estudiantes pudieran reconocer la importancia del aprendizaje estadístico para su campo laboral (Amaya, 2016). Como recomendaciones, Amaya (2016) recalcó que se continúe la investigación de estrategias que apoyen el aprendizaje de la estadística, además promueve la reflexión del estudiante y el docente en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Definitivamente, Amaya (2016) es incisiva al recomendar trabajar con la política

educativa en las instituciones académicas para el desarrollo de estrategias innovadoras que fomenten el aprendizaje de la estadística.

Resumen

Haciendo uso de la revisión de literatura y los estudios presentados es preocupante cómo la enseñanza de la estadística se ha trabajado con un enfoque tradicional, donde el enfoque principal es la mecánica, las fórmulas, los algoritmos y el resultado sin contexto. La literatura respalda, promueve y sugiere un cambio curricular significativo en el campo de la estadística enfocado en desarrollar en el estudiante el razonamiento estadístico desde el uso de datos reales, la creación de problemas estadísticos y las aplicaciones a la vida real. Además, la literatura propone que el razonamiento estadístico se trabaje desde el nivel elemental para ir profundizando los conceptos a medida que se sube de nivel. Es importante que se trabajen conceptos básicos para lograr en el nivel superior un razonamiento estadístico avanzado. Otro factor importante que respalda la literatura es no enseñar estadística de forma aislada, sino trabajar la interpretación y la toma de decisiones.

La literatura propicia la Educación Matemática Realista como marco conceptual de esta investigación respaldada por el marco curricular de Bargagliotti et al. (2020) para la solución de problemas estadísticos aplicados a la vida diaria. Además, se establece la importancia de la creación de actividades adecuadas para el nivel que se está impactando que fomenten el pensamiento crítico, el aprendizaje activo, y el desarrollo de posibles preguntas de investigación estadísticas aplicadas a situaciones reales.

Por medio de la literatura se aprecia que hay países como Nueva Zelanda, Colombia y Perú donde como política pública integran el razonamiento estadístico de los ciudadanos para lograr ciudadanos informados que es la meta principal. Al lograr tener ciudadanos estadísticamente informados se puede lograr una toma de decisiones informadas y de beneficio individual y social. En el caso de Puerto Rico, el Programa de Matemáticas del Sistema Público incluye la unidad de análisis de datos y probabilidad desde el nivel primario y va profundizando hasta el nivel secundario. En Puerto Rico, hay pocos estudios relacionados con el aprendizaje de la estadística, pero destacan los trabajos de Amaya (2016), Colón (2012) y Molina (2018) que trabajan con estudiantes de nivel subgraduado. La falta de revisión de literatura en el nivel escolar evidencia la necesidad de investigar sobre el aprendizaje estadístico en diferentes niveles educativos.

Las investigaciones realizadas en otros países que trabajan el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel primario hacen énfasis en desarrollar en el estudiante la destreza de identificar situaciones reales que generen preguntas estadísticas para investigar. Del mismo modo, se resalta el uso de data real para desarrollar en el estudiante la pertinencia y utilidad de la estadística en el mundo real. Las investigaciones en el nivel intermedio sugieren un enfoque de aplicación y de contextos para lograr un aprendizaje significativo del razonamiento estadístico. En definitiva, es importante destacar que al momento de esta investigación no se encontró alguna investigación que trabaje el desarrollo del razonamiento estadístico en el nivel intermedio haciendo uso de la Educación Matemática Realista y la solución de problemas estadísticas propuesto por Bargagliotti et al. (2020), pero se mencionan

investigaciones que utilizan como enfoque la Educación Matemática Realista para la enseñanza de otros conceptos matemáticos, además se presentan estudios sobre la importancia del análisis de datos y el contexto en el aprendizaje de la estadística. A través de las investigaciones, se puede ver que España ha estado trabajando con el currículo y la alfabetización estadística realizando estudios longitudinales y resaltan la importancia de comenzar la alfabetización estadística desde edad temprana.

En general, la información relacionada al aprendizaje de la estadística enfatiza en la importancia de un currículo atemperado a las necesidades estudiantiles, el uso de un enfoque no tradicional para la enseñanza de la estadística, el docente como guía para que el estudiante experimente, indague, conecte, pregunte y lleve situaciones de la vida diaria a situaciones matemáticas para presentar visualizaciones, representaciones, soluciones, modelos e interpretaciones

CAPÍTULO III METODOLOGÍA

Introducción

En esta investigación en acción, la investigadora utilizó una metodología mixta para atender el propósito de indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada algorítmica para su desarrollo futuro. Del mismo modo, esta investigación pretendía levantar información que ayude a lograr una enseñanza contextualizada de conceptos estadísticos. La pregunta de investigación para atender este propósito fue: ¿En qué forma la Educación Matemática Realista facilita la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio? Las preguntas secundarias están relacionadas con la interpretación y el razonamiento estadístico: ¿Cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto? ¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio? Para contestar las preguntas de investigación, la investigadora diseñó, implantó y evaluó una unidad curricular con el propósito de desarrollar el razonamiento estadístico mediante la solución de problemas contextuales. En el diseño e implantación de la unidad curricular se utilizaron los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal 1973, 1991; Treffers 1987) y los procesos de solución de problemas estadísticos (Franklin et al., 2007; Bargagliotti et al., 2020).

En este capítulo, la investigadora presenta una descripción detallada de la intervención que estuvo dividida en tres etapas: diseño curricular, implantación

curricular y evaluación curricular. Luego, se enumeraron y especificaron las técnicas de recopilación de datos. Para esta investigación, la investigadora propuso una preprueba y posprueba para la parte cuantitativa y un grupo focal para la parte cualitativa. La investigadora utilizó como herramienta para el análisis la triangulación de datos ya que, a través del uso de múltiples fuentes se logró estudiar el fenómeno del desarrollo del razonamiento estadístico. Los datos cuantitativos se analizaron utilizando la prueba no paramétrica *U de Man Whitney* para determinar el cambio significativo entre la preprueba y la posprueba. La información cualitativa que surgió del grupo focal se analizó utilizando el modelo de Corbin & Strauss que plantea tres formas de codificación: abierta, axial y selectiva. Más adelante en el capítulo, se presentan los permisos para trabajar con menores de edad, así como los aspectos éticos de esta investigación.

Diseño de la investigación

El presente estudio trabajó un diseño de investigación en acción con una metodología mixta. Según Creswell & Guetterman (2019) y Mills (2018), la investigación en acción permite combinar métodos para fortalecer la investigación. Del mismo modo, Creswell & Guetterman (2019) hacen énfasis en que la investigación en acción “es un diseño útil para abordar los problemas específicos de la sala de clases y para fortalecer que los individuos mejoren sus situaciones de trabajo” (Creswell & Guetterman, 2019, p.587). Este diseño pretende mejorar la práctica educativa mediante la investigación de un problema enfrentado en la sala de clases (Creswell & Guetterman, 2019). Asimismo, el diseño permite reflexionar acerca del problema, recopilar datos, analizar datos y sugerir e implementar cambios curriculares basados en

los hallazgos (Creswell & Guetterman, 2019). La investigadora seleccionó una metodología mixta para lograr una recopilación de datos cualitativos y cuantitativos que permita la triangulación de hallazgos y resultados (McMillan, 2012), así como obtener conclusiones en contexto desde distintas perspectivas. La metodología mixta provee un entendimiento completo del problema de investigación (Creswell, 2015) y de esta forma analizar el problema desde distintas perspectivas, mediante la integración de diversos procesos. Entre los beneficios de la metodología mixta se debe resaltar que permite una perspectiva más amplia del problema de investigación, promueve creatividad, indagación y exploración (Creswell, 2015).

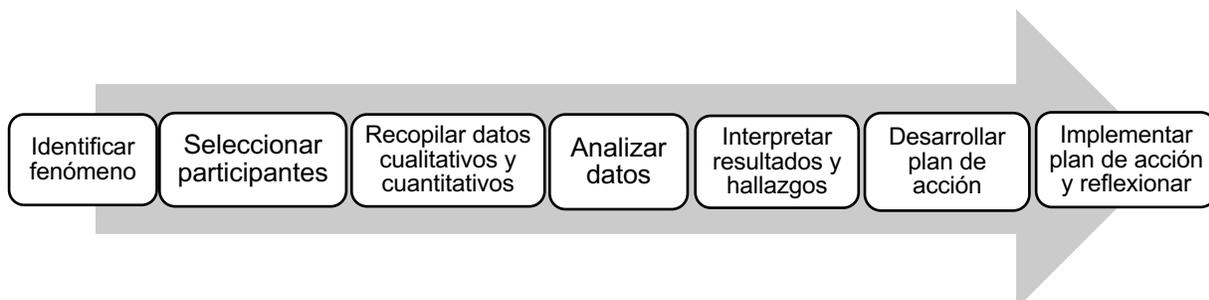
Recientemente, la investigación en acción fue definida por Mills (2018) como “cualquier investigación que realizan maestros, directores, consejeros escolares o cualquier personal interesado en el área de enseñanza/aprendizaje para recopilar información acerca de cómo se trabaja en sus escuelas, como enseñan o cómo los estudiantes aprenden” (Mills, 2018, p. 5). Del mismo modo, Gay et al. (2012), hacen énfasis en que la investigación en acción y la práctica reflexiva permite generar cambios en el ambiente escolar, así como mejorar los resultados de los estudiantes. Por su parte, Elliot (1992), establece que la investigación en acción permite a los docentes crear cambios educativos y curriculares en diferentes ambientes de aprendizaje. Estos cambios permiten a los docentes formar parte activa de las decisiones curriculares relacionadas a cómo aprenden los estudiantes. Igualmente, Stringer (2008), resalta que la investigación en acción es realizada desde adentro, es decir, por miembros de la comunidad que interesan investigar algún detalle particular sobre cómo aprenden los estudiantes o cómo enseñan los docentes. Cuando esto

sucede se logra trabajar con las necesidades de la comunidad, así como hacer recomendaciones que impacten positivamente los procesos de aprendizaje en esa comunidad. Stringer (2008), puntualiza la importancia de la reflexión como pieza clave en el proceso de investigación para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Es por lo antes mencionado, que para lograr una reflexión que impacte positivamente la sala de clases y el proceso de enseñanza y aprendizaje se requiere seguir pasos que permitan lograr el propósito principal.

De acuerdo con McMillan (2012) el proceso general de la investigación en acción se puede resumir en cuatro fases: identificar área del problema, recopilar datos, analizar e interpretar datos y desarrollar un plan de acción. Por su parte, Creswell & Guetterman (2019) y Mills (2018) son más específicos en los pasos: identificar el fenómeno, seleccionar los participantes, recopilar datos cualitativos y cuantitativos, analizar datos, interpretar resultados y hallazgos, desarrollar un plan de acción e implementar el plan de acción y reflexionar. A continuación, la Figura 5 resume los pasos para el proceso investigativo.

Figura 5

Resumen del proceso investigativo



Participantes, seudónimos y escenario escolar

Los participantes de esta investigación fueron estudiantes de séptimo grado que pertenecen a una escuela de la zona metropolitana que atiende estudiantes de nivel intermedio y superior; con una matrícula aproximada de 500 estudiantes. El marco curricular del programa de Matemáticas de la escuela establece como unidad curricular del séptimo grado, el análisis de datos. Para la actividad de intervención, la investigadora impactó un grupo de estudiantes de séptimo grado, entre las edades de 10 a 12 años, para un total de 21 estudiantes. Los participantes de la investigación fueron 6 féminas y 15 masculinos. La selección de la muestra fue intencional por interés de la investigadora, ya que son estudiantes de la escuela donde trabaja la investigadora. Creswell (2015), establece que cuando la muestra es intencionada se seleccionan los individuos o lugares de manera determinada para hacer un mejor entendimiento del tema a investigar. Para esta investigación los participantes cumplieron con los siguientes criterios: (a) ser estudiante de séptimo grado y, (b) estar disponible para participar del estudio. Para la participación en el grupo focal, la investigadora seleccionó siete estudiantes que formaban parte del grupo que fue impactado y estuvieron dispuestos a dialogar y reflexionar sobre la unidad de análisis de datos. El grupo focal estuvo constituido por 7 estudiantes del grupo impactado que cumplieron con los siguientes requisitos: (a) formar parte del grupo donde se está desarrollando la intervención, (b) deseo para dialogar y reflexionar sobre la unidad de análisis de datos, (c) disponibilidad para participar de las secciones de grupo focal y, (d) asentimiento del padre, madre o encargado. La identidad y confidencialidad de los estudiantes fue protegida a través de seudónimos durante toda la investigación. La

investigadora no puede garantizar que la información compartida en los grupos focales no sea revelada por los participantes. Los seudónimos fueron seleccionados por los participantes y se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1

Seudónimos de los estudiantes que participaron del grupo focal

Participantes del grupo focal	Seudónimo
1	Raíz cuadrada
2	0101
3	Cúbico
4	Álgebra
5	Suma
6	0cm
7	Isósceles

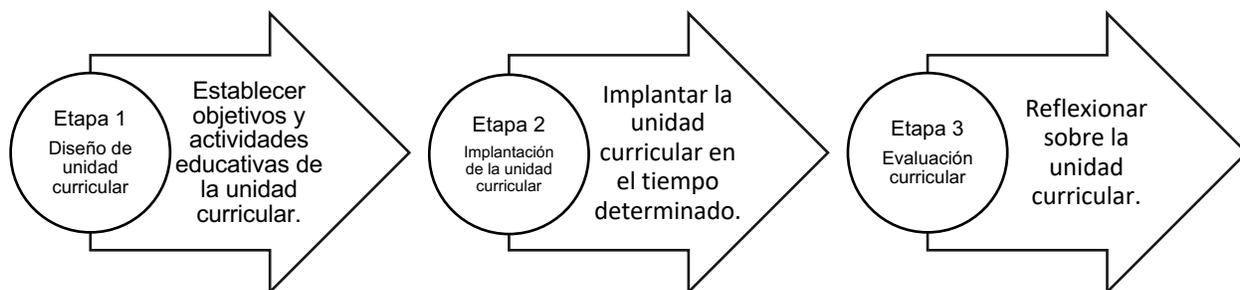
Descripción de la intervención

Esta investigación en acción tiene como propósito analizar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada y algorítmica para su desarrollo futuro. En esta intervención, la investigadora reconoce la importancia del salón más allá del espacio para recursos, tareas y actividades, sino como establecen Ben-Zvi et al., (2019) un espacio para interactuar de forma social, cultural, psicológica y pedagógica que influyen

en el aprendizaje. Por lo cual, se creó una unidad curricular centrada en el desarrollo del razonamiento estadístico a partir de situaciones de la vida diaria. Para lograr el diseño curricular se trabajó con las situaciones didácticas y la solución de problemas investigativos estadísticos, por lo cual se procuró que los estudiantes puedan identificar problemas de la vida diaria donde se consiga identificar un problema estadístico y trabajarlo desde el proceso investigativo estadístico, las situaciones en contexto y los Principios de la Educación Matemática Realista. La intervención reconoce la importancia de la asignación de roles para fomentar la participación y responsabilidad del estudiantado (Ben-Zvi et al., 2019). La intervención se divide en tres etapas: la primera es el diseño de la curricular, la segunda es la implantación curricular y la tercera es la evaluación curricular. En la primera etapa, la investigadora trabajó con el diseño de la unidad curricular, objetivos y actividades educativas. En la segunda etapa, la investigadora atendió la implantación de la unidad curricular haciendo uso de las situaciones didácticas, la solución de problemas y las herramientas conceptuales de la Educación Matemática Realista. En la tercera etapa ocurrió la reflexión de la unidad curricular. La Figura 6 recapitula la intervención de esta investigación.

Figura 6

Etapas de la intervención



Etapas 1: Diseño de la unidad curricular

Durante la primera etapa, la investigadora creó el diseño de la unidad curricular utilizando las herramientas contextuales de la Educación Matemática Realista (EMR). Las metas y objetivos de la unidad curricular tuvieron como base las metas y objetivos del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación (2022). Además, la investigadora utilizó la matematización enfocando en reconocer características esenciales, descubrir características comunes, ejemplificar ideas y encarar situaciones problemáticas (Bressan & Zolkower, 2006). La unidad curricular fomenta la comprensión profunda y significativa del razonamiento estadístico, que establecen como esencial en el aprendizaje estadístico Ben-Zvi et al., (2019).

La unidad curricular incluye: el bosquejo de contenido, la reconstrucción guiada y las estrategias de evaluación. La misma está disponible en el apéndice G de este documento. Los temas estadísticos que atendió la unidad curricular son: población, muestra, muestreo, medidas de tendencia central, medidas de localización, diagramas estadísticos de caja y bigote, gráficas lineales y comparativas. La investigadora solicitó un especialista en Educación Matemática Realista que determinara la validez del diseño. Este especialista proveyó comentarios y recomendaciones basados en los Principios de la Educación Matemática Realista y en lograr la matematización horizontal y vertical por parte de los estudiantes. Las recomendaciones del especialista en Educación Matemática Realista fueron aceptadas y trabajadas en la unidad curricular. La planilla para realizar esta investigación tenía tres categorías: (1) pertinencia, (2) relevancia y (3) coherencia. La investigadora definió la categoría de pertinencia como la correspondencia entre la unidad curricular y a Educación

Matemática Realista. La categoría de relevancia fue definida por la investigadora como el alcance de la unidad curricular con la Educación Matemática Realista. La categoría de coherencia fue definida como la relación entre la unidad curricular y los principios de la Educación Matemática Realista. En resumen, las recomendaciones del especialista fueron dirigidas a tres áreas importantes: (1) la redacción de objetivos, (2) la construcción o reconstrucción de conceptos y (3) la creación de ejemplos por parte del docente. En la redacción de objetivos, el especialista resaltó que había que incluir objetivos que guíen la metodología de la Educación Matemática Realista. Otra recomendación fue la creación de ejemplos específicos para cada concepto tratado en la unidad curricular. Para la construcción o reconstrucción de los conceptos, el especialista recomendó que esa construcción o reconstrucción fuera más específica e hiciera relación con el vocabulario matemático que utiliza la Educación Matemática Realista. El apéndice J, muestra un resumen de la planilla para la revisión de la unidad curricular utiliza por el especialista en Educación Matemática Realista.

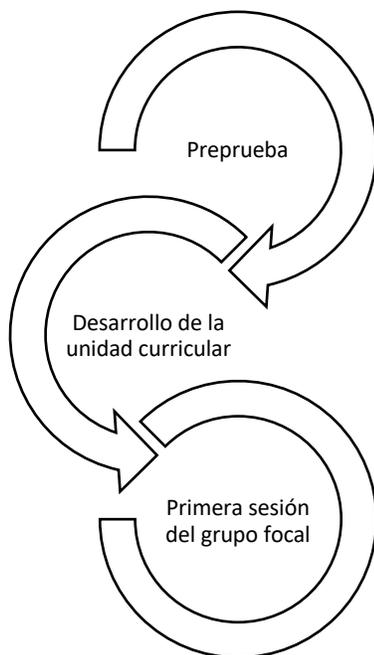
En esta etapa es necesario garantizar que el currículo esté alineado con los objetivos, el contenido, las actividades de enseñanza, las estrategias de evaluación y las experiencias de aprendizaje. Además, es recomendable que el diseño curricular provea estrategias variadas de aprendizaje, así como estrategias diferenciadas de evaluación para trabajar con distintas poblaciones. Como parte del diseño, es importante garantizar el contexto significativo para el estudiante y las situaciones didácticas. Para el desarrollo de la unidad curricular, la investigadora seleccionó el análisis de situaciones didácticas como estrategia principal; mientras que, la solución de problemas, el trabajo colaborativo y la construcción de modelos para la práctica

fueron las estrategias secundarias. La construcción de modelos para la práctica enfatiza la creación de modelos aplicables a situaciones variadas. El trabajo colaborativo permite que se realicen interacciones verticales y horizontales; las interacciones verticales ocurren entre docentes y estudiantes, mientras que las interacciones horizontales ocurren entre pares. Las actividades pretenden crear situaciones representables, racionales, imaginables que permitan hacer generalizaciones estadísticas, sociales y culturales. La unidad curricular creada aparece en el apéndice G.

A lo largo de la intervención, el maestro fue el guía y organizador de la interacción para trabajar la reconstrucción guiada mediante acciones como: negociar, intervenir, discutir, cooperar, evaluar y reflexionar. Además, se fomenta que los estudiantes desarrollen comprensión profunda y significativa de las estadísticas y la capacidad de pensar y razonar estadísticamente (Ben-Zvi et al., 2019). En esta etapa de la intervención se constituye el grupo focal, que tuvo tres sesiones. La primera sesión del grupo focal, con un mínimo de seis participantes hasta un máximo de ocho participantes, se llevó a cabo luego de la administración de la preprueba. La Figura 7 sintetiza los pasos de la primera etapa de la intervención.

Figura 7

Pasos de la primera etapa del diseño de la unidad curricular



Etapa 2: Implantación curricular

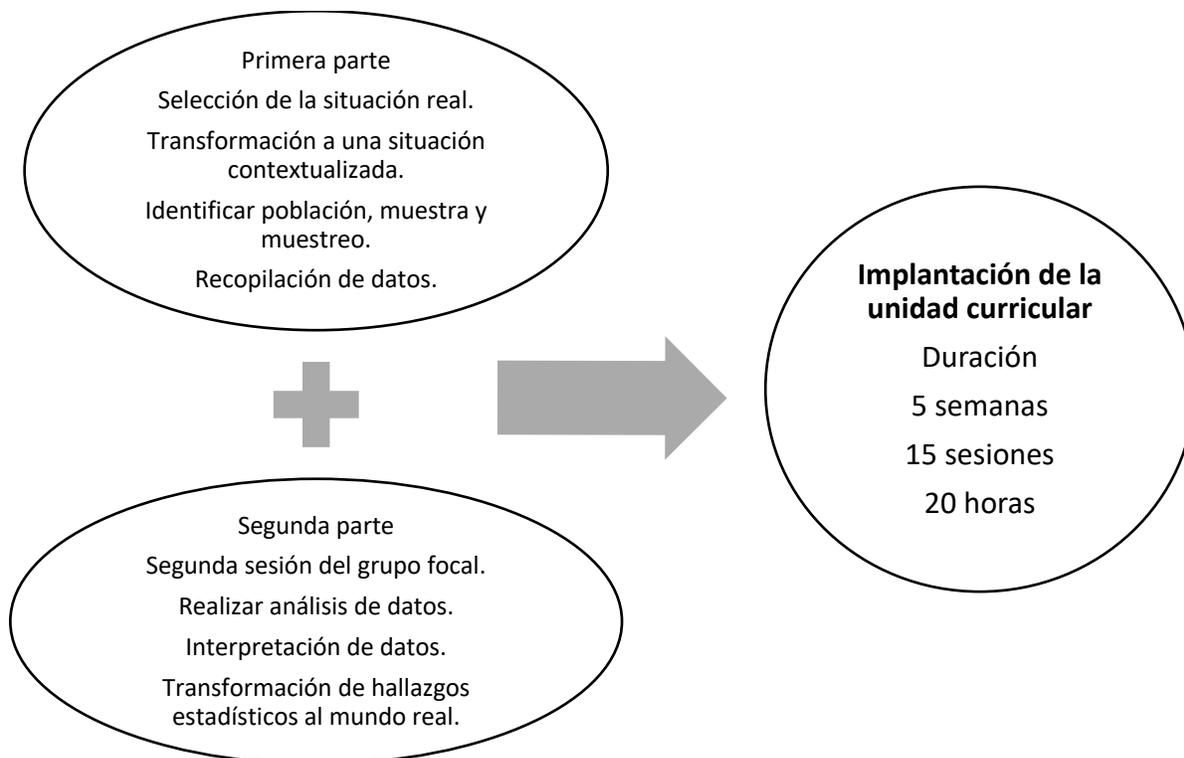
La segunda etapa de la investigación en acción atendió la implantación de la unidad curricular. El tiempo estimado para esta implantación curricular es de cinco semanas que se traduce en diez sesiones de 90 minutos y cinco sesiones de 60 minutos para un total de 15 sesiones, es decir 20 horas; según se establece en la unidad curricular disponible en el apéndice G. La investigadora realizó el proceso de implantación de forma cíclica: implantación, evaluación y revisión (Ornstein, & Hunkins, 2009). Se logró una implantación que permite evidenciar logros en los procesos de aprendizaje del razonamiento estadístico y proponer modelos de aprendizaje atemperados a los tiempos actuales (Ornstein & Hunkins, 2009). En esta etapa el estudiante desarrolló su pregunta o situación de la vida real y la transformó en una

pregunta o situación estadística mediante la matematización horizontal (Freudenthal, 1973, 1991; Treffers, 1987) y el proceso investigativo estadístico (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007). Asimismo, esta etapa proporcionó el espacio para determinar el muestreo, escoger los participantes y recolectar los datos, de acuerdo con el proceso investigativo estadístico (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007). En esta etapa el docente fue guía y organizador para lograr la reinención guiada mediante la utilización de situaciones para la negociación, intervención y discusión, mientras que el estudiantado desarrolló la reflexión, la justificación y el cuestionamiento. El estudiante, en colaboración con el docente, realizó el análisis y la interpretación de su pregunta de investigación. Cuando el estudiante cumplió con los pasos del proceso investigativo estadístico propuestos por Bargagliotti et al. (2020) y Franklin et al. (2007), se logró la reflexión de la situación estadística para interpretarla en el contexto real, es decir la matematización vertical (Freudenthal, 1973, 1991; Treffers, 1987). El proceso de reflexión está dentro de las herramientas conceptuales de la educación matemática realista y promueve el que el estudiante desarrolle la capacidad para explicar, comparar, contrastar, comprobar mediante interacciones entre pares y con la maestra (Bressan & Zolkower, 2006). Finalmente, en la implantación de la unidad curricular se observaron análisis, gráficas e interpretaciones de las estrategias y soluciones a la situación didáctica seleccionada desde el punto de vista del razonamiento estadístico. La segunda sesión del grupo focal, con los mismos estudiantes que participaron en la primera sesión, se llevó a cabo durante la implantación luego que el grupo haya recopilado los datos y antes que comience el

análisis de datos. La Figura 8 resume el proceso de implantación de la unidad curricular.

Figura 8

Pasos de la implantación de la unidad curricular



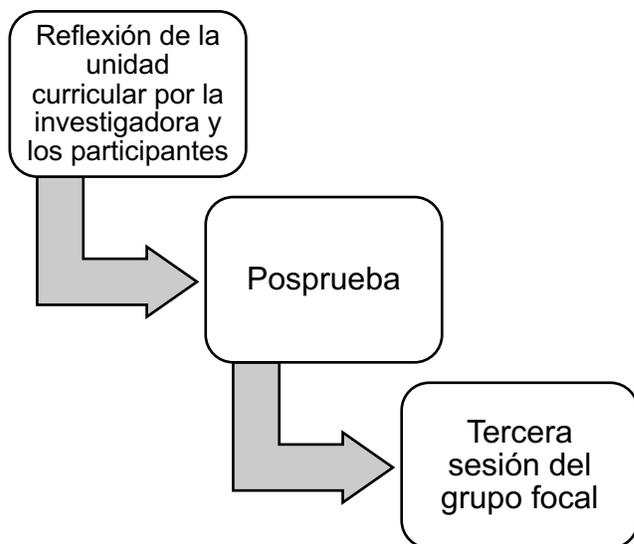
Etapas 3: Evaluación curricular

En la tercera etapa de la investigación, se evaluó la unidad curricular desde el punto de vista de la investigadora y el punto de vista de los estudiantes participantes de la investigación. Asimismo, en esta etapa la investigadora estableció los logros y retos que fueron identificados durante la implantación. Esta reflexión permitió establecer las metas que se convierten en áreas de fortalezas y las que se convierten en áreas para mejorar. En la evaluación curricular, la investigadora administró la posprueba que

proporciona información cuantitativa para atender la pregunta sobre cómo la matemática en contexto promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio. Asimismo, en este espacio la investigadora coordinó la tercera sesión del grupo focal; que permite que los estudiantes reflexionen sobre el razonamiento estadístico y su importancia para la vida. Esta reflexión de acuerdo con la Educación Matemática Realista fomenta procesos como explicar, comparar, contrastar, comprobar y justificar el razonamiento estadístico. Del mismo modo, en la tercera sesión del grupo focal, se dialogó sobre las experiencias vividas de los estudiantes que participaron en todas las tres etapas de la intervención. Las impresiones, aportaciones, experiencias y comentarios del grupo focal son importantes para el proceso de evaluación de la unidad curricular y para la recopilación cualitativa de información que atiende la pregunta sobre las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto. La Figura 9 sintetiza la etapa de evaluación curricular.

Figura 9

Etapa 3: Evaluación de la unidad curricular



Técnicas de recopilación de datos

Para esta investigación en acción, al tener una metodología mixta, la investigadora requirió el uso de diversas fuentes y estrategias para recopilar la información. Además, la investigadora utilizó diversas estrategias de recopilación de datos para dar credibilidad a la información provista por los participantes sobre el desarrollo del razonamiento estadístico. De acuerdo con Lucca & Berrios (2003), la triangulación de fuentes requiere la utilización de diferentes estrategias de recopilación para obtener la información necesaria y una mejor comprensión del tema estudiado. Asimismo, es necesario garantizar la validez interna verificando que los datos recopilados desde diferentes fuentes tengan relación entre sí (Lucca & Berrios, 2003). Para esta investigación, la investigadora trabajó con dos estrategias para la recopilación de datos: preprueba y posprueba y grupo focal.

Preprueba y posprueba: La metodología mixta permite que se trabajen estrategias variadas para la recopilación de datos, en el caso de la recopilación de datos cuantitativos, la investigadora administró una preprueba y posprueba para atender la pregunta de investigación: ¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio? La prueba fue diseñada con *ítems* de análisis de situaciones y preguntas abiertas. El apéndice H presenta la prueba creada por la investigadora. La administración de la preprueba fue coordinada por la investigadora al inicio de la intervención, en la primera etapa antes de desarrollar la unidad curricular porque se esperan los resultados de la preprueba para establecer los objetivos y actividades de la unidad curricular. Mientras que, la posprueba fue coordinada por la investigadora en la etapa de evaluación curricular antes de la tercera sesión del grupo focal.

En cuanto a la validez de la prueba, es importante establecer que el término constructo se refiere a: “concepto o característica para cuya medición se diseña una prueba” (*American Educational Research Association*, et al., 2018, p. 11). Para esta investigación, la investigadora midió el razonamiento estadístico en función del puntaje de la prueba. La interpretación del constructo está directamente relacionada con el alcance y la extensión, en este caso la prueba midió el razonamiento estadístico en estudiantes de séptimo grado luego de la enseñanza de una unidad curricular sobre análisis de datos haciendo uso de los Principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1973, 1991; Treffers, 1987), el proceso investigativo estadístico (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007) y la solución de problemas. De esta forma, la prueba midió el cambio del estudiante en el razonamiento estadístico luego de

una intervención de instrucción particular, en este caso la unidad curricular trabajada (*American Educational Research Association et al.*, 2018). La prueba de razonamiento estadístico consideró los siguientes detalles: (a) conocimiento previo del estudiante sobre el tema; (b) relación entre el dominio del contenido de la prueba y el conocimiento previo; (c) clasificación de las puntuaciones de la prueba por conjuntos de ítems, y (d) la evaluación válida del razonamiento estadístico (*American Educational Research Association et al.*, 2018).

La validez es un proceso donde toda la evidencia acumulada respalda la interpretación de una prueba (*American Educational Research Association et al.*, 2018). Según la *American Educational Research Association et al.*, (2018), las fuentes de evidencia que se utilizaron en la evaluación de la validez de una prueba de puntajes fueron: evidencia basada en el contenido de la prueba y evidencia basada en los procesos de respuesta. La evidencia basada en el contenido de la prueba atendió la relación entre el contenido de la prueba y los niveles del razonamiento estadístico (*American Educational Research Association et al.*, 2018). En esta investigación, la investigadora trabajó la evidencia basada en el contenido de la prueba mediante el juicio de expertos; donde se les permitió juzgar la representatividad de los *ítems* de la prueba. Esta revisión de la prueba permitió identificar el nivel de dificultad de la prueba por *ítem*, así como identificar *ítems* de menor o mayor dificultad. De acuerdo con la *American Educational Research Association et al.*, (2018), este tipo de evidencias puede usarse para interpretar puntajes de la prueba entre subgrupos. Para efectos de esta investigación, los examinados se pueden dividir por sexo, edad, escuela elemental

de procedencia. Este tipo de evidencia genera alineación entre el estándar de análisis de datos y el contenido de la prueba.

La investigadora recopiló evidencia de validez de contenido del instrumento de preprueba y posprueba de un grupo de expertos. La preprueba y posprueba fue evaluada por un subcomité de cuatro especialistas y un estudiante del nivel superior. El primer evaluador fue un docente de matemáticas en nivel secundario. El segundo evaluador fue un especialista en contenido de matemáticas. El tercer evaluador fue un especialista en contenido de estadísticas. El cuarto evaluador fue un especialista en currículo y enseñanza. El estudiante evaluador fue de duodécimo grado y había tomado un curso de probabilidad y estadísticas, a nivel superior. Este curso debe haber cubierto conceptos sobre estadística descriptiva, estadística inferencial, población, muestra, variables, niveles de medida, muestreo, tipos de muestreo, muestreo aleatorio, muestreo no aleatorio, tablas de frecuencias, medidas de tendencia central y medidas de dispersión. Las recomendaciones y sugerencias de los especialistas fueron resumidas en un documento de instrumento para la recopilación de datos cuantitativos. Este documento tenía cuatro criterios de evaluación: (1) pertinencia, (2) relevancia, (3) comprensión y (4) redacción.

Los primeros dos criterios relacionaban las premisas con el bosquejo de contenido. El criterio de pertinencia fue definido como la correspondencia que existe entre la premisa y el bosquejo de contenido. El criterio de relevancia determina la importancia entre la premisa y el bosquejo de contenido. Las categorías para estos criterios fueron: (1) poca, (2) regular y (3) mucha. Los otros dos criterios atienden la construcción de la prueba. El criterio de comprensión buscaba medir cuan entendible

estaba la prueba en términos del lenguaje. Las categorías para este criterio fueron: (1) confusa, (2) puede mejorar y (3) muy clara. El criterio de redacción medía la composición de la premisa. Las categorías para este criterio fueron: (1) confusa, (2) puede mejorar (3) adecuada. Todas las recomendaciones que ofrecieron los especialistas fueron aceptadas y atendidos en la prueba. En el apéndice H, la investigadora presenta la versión final de la prueba con todas las recomendaciones.

En términos de pertinencia, todas las premisas obtuvieron un 80% o más de aprobación de los especialistas, es decir que encontraron que la pertinencia entre las premisas y el bosquejo era mucha; excepto la premisa que pedía sugerencias para que el estudiante de la situación estadística subiera el promedio. Esta pregunta fue eliminada de la prueba, como parte de las recomendaciones de los especialistas. En relación con la relevancia, todas las premisas obtuvieron un 80% o más de aprobación de los especialistas, es decir que encontraron que la relevancia entre las premisas y el bosquejo era mucha; excepto la pregunta que fue eliminada. En lo relacionado con la comprensión y redacción, las aportaciones de los especialistas fueron más variadas. Con respecto a la comprensión, al menos 3 de los 5 especialistas estuvieron de acuerdo con que la comprensión y la redacción de la prueba era muy clara. No obstante, 2 de los 5 especialistas establecieron que será regular. Por lo cual, las recomendaciones de estos especialistas fueron tomadas en consideración. En el apéndice I, se resumen las recomendaciones obtenidas de los especialistas. Utilizando las recomendaciones de los especialistas, la investigadora realizó las ediciones necesarias en las situaciones didácticas y premisas de la prueba que está disponible en el apéndice H de este documento.

La *American Educational Research Association et al.*, (2018) establece que la evidencia basada en los procesos de respuesta está relacionada con las respuestas de forma individual. La investigadora generó esta evidencia preguntando el estudiantado qué estrategias de razonamiento o solución utilizaron para algún *ítem* en particular. La investigadora realizó estos diálogos durante las tres sesiones del grupo focal y destacan la importancia de las proporciones como estrategias para hallar totales, partes y porcentajes. Otra estrategia resaltada por los estudiantes fue el uso de la estimación en este tipo de análisis. Una tercera estrategia que mencionada en el grupo focal fue el uso de procedimientos alternos cuando los porcentajes son comunes o sencillos. Los estudiantes identifican como porcentajes comunes o sencillos los siguientes: 10%, 20% 25% y 50%. De este análisis de estrategias, la investigadora obtuvo evidencias que permiten reforzar la definición de razonamiento estadístico.

Grupo focal: La variedad de estrategias de recopilación de información en la investigación cualitativa provee la oportunidad para trabajar con información valiosa para el análisis en una investigación. Para esta investigación se utilizó como estrategia principal de la parte cualitativa el grupo focal. Morgan (1997) lo define como un grupo de personas organizadas que discuten un tema principal donde se recopila información sobre la interacción de los participantes y del interés del investigador. Por su parte, Lucca & Berrios (2003) establecen que en el grupo focal se realizan discusiones organizadas que tienen como meta principal desarrollar una conversación normal que genere información sobre el tema seleccionado. Además, hacen énfasis en la importancia de las aportaciones del grupo para descubrir estructuras compartidas y fundamentadas (Lucca & Berrios, 2003). Menciona Morgan (1997) que entre los usos

principales del grupo focal se encuentra la utilización de dos o más formas de recopilación de información para triangular al hacer el análisis.

Por su parte, Lucca & Berrios (2003) recomiendan que al llevar a cabo un grupo focal la pregunta de investigación debe ser precisa, el grupo no debe tener menos de 6 participantes, ni más de 10 participantes. Del mismo modo, Morgan (1997) recomienda que antes de llevar a cabo el grupo focal se establezcan preguntas guías y materiales que estimulen la conversación. En esta investigación, la investigadora realizó un grupo focal que estuvo constituido por siete (7) estudiantes que pertenecían al grupo de séptimo en el cual se estaba desarrollando la intervención y cumplieron con los siguientes requisitos: (a) deseo para dialogar y reflexionar sobre la unidad de análisis de datos, (b) disponibilidad para participar de las sesiones de grupo focal y, (c) asentimiento del padre, madre o encargado.

La investigadora desarrolló un protocolo de preguntas semiestructuradas para el grupo focal haciendo uso de las sugerencias de Creswell (2008) y Lucca & Berrios (2003). En el apéndice C está disponible el protocolo de preguntas creado para el grupo focal. El protocolo para el grupo focal fue dividido en tres temas generales, que están directamente relacionados con las preguntas de investigación: (a) ¿cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto? (b) ¿cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio? La investigadora realizó tres sesiones para el grupo focal. La primera sesión fue en la etapa de desarrollo de la unidad curricular, luego de la preprueba y el diseño de la unidad curricular. La segunda sesión fue durante la etapa de implantación de la unidad

curricular, cuando se había cubierto la aproximadamente el 50 % de la unidad curricular. La tercera sesión fue en la etapa de evaluación curricular, luego que se terminara la implantación curricular. Cada sesión del grupo focal contó con la participación de los mismos estudiantes y siguió el formato establecido por Lucca & Berrios (2003): bienvenida, dinámica, presentación del grupo, preguntas de apertura, introductorias, transitorias, claves, finales y preguntas de cierre. La duración de las reuniones fue entre 30 y 45 minutos. En el apéndice C, se encuentra el protocolo final usado para las tres sesiones del grupo focal por la investigadora.

Por su parte, Lucca & Berrios (2003) mencionan que entre las fortalezas del grupo focal resalta la cantidad de información que provee sobre el tema de interés, así como la motivación y autorregulación al compartir las experiencias en el grupo. La estrategia de grupo focal está fundamenta en la interacción social y a mayor interacción social mejor calidad de la información que se recopila (Lucca & Berrios, 2003). No obstante, entre las limitaciones de los grupos focales es importante mencionar que no se pueden utilizar para hacer generalizaciones y que los datos que produce pueden ser difíciles de analizar (Morgan, 1997). Además, establece Morgan (1997) que los grupos focales no son totalmente anónimos o confidenciales.

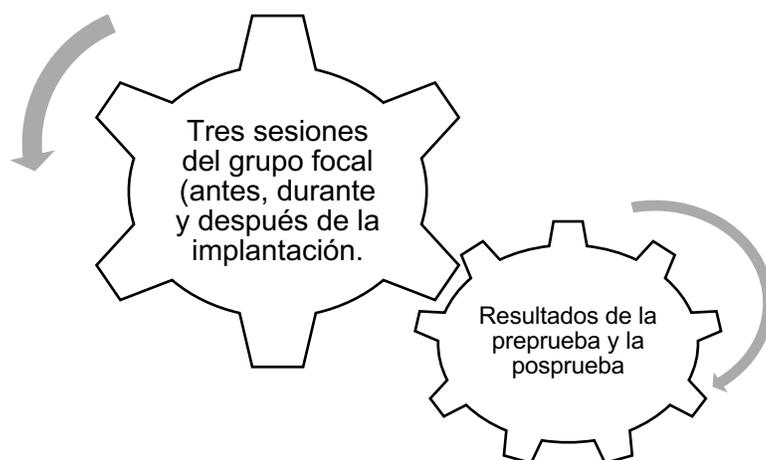
Triangulación de fuentes

La investigadora trabajó el proceso de triangulación a través de la validación y fiabilidad de la información obtenida y de esta forma permitió obtener diferentes evidencias que coincidan con los hechos (Álvarez, 2014). La triangulación hace uso de varios métodos, fuentes de datos, teorías y ambientes en el estudio de un fenómeno (Benavides & Gómez, 2005; McMillan & Schumacher, 2005; Yin, 2016; Lucca &

Berrios, 2003). Benavides & Gómez (2005) son enfáticos al aclarar que el uso de diferentes métodos hace referencia a métodos cualitativos y cuantitativos. Del mismo modo, Benavides y Gómez (2005), establecen que la triangulación permite al investigador proporcionar información para encontrar patrones de convergencia con el objetivo de la investigación. Al ser una investigación mixta, la investigadora utilizó distintas estrategias para la recopilación de datos cualitativos y cuantitativos: preprueba y posprueba y grupo focal. De esta forma, los datos recopilados desde las distintas fuentes coincidieron entre sí y con las preguntas de investigación. Lucca & Berrios (2003) añaden que la triangulación tiene como propósito lograr una comprensión íntegra del caso agotando las fuentes de información. La Figura 10 simplifica las estrategias de recopilación de datos para lograr la triangulación en esta investigación.

Figura 10

Triangulación de fuentes



Análisis de datos

Las estrategias de recopilación de datos generaron un análisis de datos cualitativos y cuantitativos, así como una sistematización de la información donde se obtuvo información sobre el desarrollo del razonamiento estadístico. A continuación, la investigadora presenta la Tabla 2 que resume las estrategias para recopilar información, los análisis de datos y su correspondencia con las preguntas de investigación.

Tabla 2

Resumen de recopilación de datos para las preguntas de investigación

Pregunta de investigación	Técnica o instrumento	Análisis
¿En qué forma la Educación Matemática Realista facilita la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio?	Preprueba Posprueba	Cuantitativo Prueba no paramétrica
¿Cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto?	Grupo focal	Cualitativo Corbin & Strauss

Pregunta de investigación	Técnica o instrumento	Análisis
<p>¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio?</p>	<p>Pre y posprueba Grupo focal</p>	<p>Cuantitativo Cualitativo</p>

La investigadora realizó el análisis de datos cuantitativos con las puntuaciones acumuladas por los estudiantes en la preprueba y posprueba, obteniendo una escala de razón y de esta forma realizar una prueba estadística no paramétrica. La investigadora utilizó una prueba *U de Mann Whitney* no paramétrica para determinar si hubo cambios significativos entre los resultados de la preprueba a la posprueba por el tamaño de la muestra. La investigadora comparó los resultados estadísticos con los resultados cualitativos para lograr contestar las preguntas de investigación.

En el análisis cualitativo, la investigadora, realizó una codificación y segmentación de los resultados y estableció etiquetas para de esta forma obtener las descripciones y categorías del tema de investigación (Creswell, 2015). Mediante este proceso, la investigadora identificó la redundancia y resumió los datos en temas relacionados a la investigación. Este proceso requirió una lectura repetida de los datos para lograr un entendimiento profundo (Creswell, 2015). Utilizando la información provista en las reuniones del grupo focal, la investigadora creó códigos que llevaron a establecer categorías y patrones. La investigadora utilizó la Teoría Fundamentada de Strauss & Corbin (2002) para el análisis de los datos cualitativos ya que esta teoría está basada directamente en la información recopilada en este caso de las tres

sesiones del grupo focal. Strauss & Corbin (2002) plantean que la etapa de codificación se divide en tres partes: (1) codificación abierta, (2) codificación axial y (3) codificación selectiva. Para Strauss & Corbin (2002), la codificación abierta en su proceso más simple es cuando la investigadora identifica en las transcripciones del grupo focal conceptos fundamentales que ayudan a contestar las preguntas de investigación. En esta etapa, la investigadora realizó los códigos iniciales o preliminares, que permitió pasar a la codificación axial. Según Strauss & Corbin (2002) en esta etapa es surgen las conexiones y relaciones que permiten la creación de las categorías y subcategorías. Finalmente, la codificación selectiva donde se integran las categorías al fenómeno estudiado y se establecieron las relaciones lógicas entre los elementos.

Permisos

Era requerido por el *Institutional Review Board* (IRB) que la investigadora completara el curso en línea acerca de ética en la investigación ofrecido por la Iniciativa de Capacitación Institucional Colaborativa (CITI) y por el Comité Institucional para la Protección de Seres Humanos en la Investigación (CIPSHI). Esta certificación enfoca en cómo trabajar con humanos, confidencialidad, privacidad de los participantes y conducta responsable en la investigación. La misma es un requisito institucional y federal para las investigaciones con humanos. El apéndice D presenta el certificado de la Capacitación Institucional Colaborativa (CITI) y el apéndice E presenta la autorización del Comité Institucional para la Protección de Seres Humanos en la Investigación (CIPSHI) para esta investigación.

Como la investigación trabaja con estudiantes menores de edad, la investigadora requirió que los padres y/o encargados completaran la hoja de

consentimiento de padres, madres y encargados. Asimismo, se requirió el asentimiento de los participantes al estudio. La participación de los estudiantes en el grupo focal es completamente libre y voluntaria. Los padres de los estudiantes que aceptaron participar tuvieron que confirmar por escrito su interés y disponibilidad. La investigadora entregó el consentimiento informado con la información descriptiva de la investigación. El documento fue firmado y entregado a la investigadora para que conste en archivo que los padres autorizaron la participación de sus hijos de forma informada y voluntaria. El apéndice A presenta la hoja de consentimiento informado discutido con los padres, madres y encargados en reunión. Mientras que, el apéndice B presenta la hoja de asentimiento de la investigación.

Aspectos éticos de la investigación

La investigación identificó riesgos mínimos para los participantes del estudio, ya que no fueron identificados con su nombre y en su lugar la investigadora utilizó seudónimos. El audio de las tres sesiones del grupo focal fue grabado para ser transcrito haciendo uso de seudónimos al hacer referencia a los participantes y solamente la investigadora tuvo acceso a las grabaciones que fueron guardadas en un archivo con llave. Luego de la transcripción de las cintas, las mismas fueron destruidas para de esta forma garantizar la confidencialidad y no invadir la privacidad de los participantes. Los documentos que la investigadora generó en este proceso fueron guardados en un archivo con llave utilizando el seudónimo. Asimismo, no existe posibilidad de relacionar el seudónimo con la identidad de los participantes. Además, es importante destacar que la investigadora es pieza clave para la recopilación y análisis de datos en esta investigación. Por otra parte, los beneficios de esta

investigación permiten a otros educadores reflexionar sobre las prácticas pedagógicas para la enseñanza de la estadística de forma contextualizada. Del mismo modo, podrá ser el comienzo para la creación de material didáctico que fomente el desarrollo del razonamiento estadístico desde una perspectiva aplicada a la vida real.

Definitivamente, esta investigación podrá contribuir a desarrollar conciencia sobre el aprendizaje de las estadísticas aplicada a la vida real.

CAPITULO IV ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL ESTUDIO

Introducción

Con el propósito de explorar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde una perspectiva contextualizada, aplicada y algorítmica se realizó una investigación en acción con una metodología mixta donde la investigadora desarrolló e implantó la unidad curricular. En este capítulo la investigadora presenta los resultados en dos partes: la parte cuantitativa y la cualitativa. En la parte cuantitativa la investigadora presenta el análisis de resultados obtenidos de la preprueba y la posprueba mediante gráficas y párrafos descriptivos. Mientras que, en la parte cualitativa, presenta las categorías generadas de cada sesión del grupo focal mediante el uso de párrafos descriptivos y tablas de resumen. Además, la investigadora incluye las observaciones sobre el proceso y las preguntas que hicieron los estudiantes durante la administración de la prueba. La información recopilada permitió contestar las preguntas de esta investigación:

Pregunta principal:

1. ¿En qué forma la Educación Matemática Realista facilita la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio?

Preguntas secundarias:

- a. ¿Cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto?
- b. ¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio?

Los hallazgos cuantitativos se separaron por el orden de preguntas de la preprueba y la posprueba. Estos hallazgos están basados en las respuestas de los participantes en cada pregunta. La investigadora realizó el análisis de datos con el programado SPSS utilizando la prueba no paramétrica *U de Mann Whitney* para dos muestras relacionadas. Mientras que, los hallazgos cualitativos los organizó por grupo focal y basados en las aportaciones y reflexiones estudiantiles en los diálogos de las tres sesiones del grupo focal. La investigadora realizó el análisis de información con el programado NVivo para la codificación axial.

Parte I. Hallazgos de la preprueba y posprueba

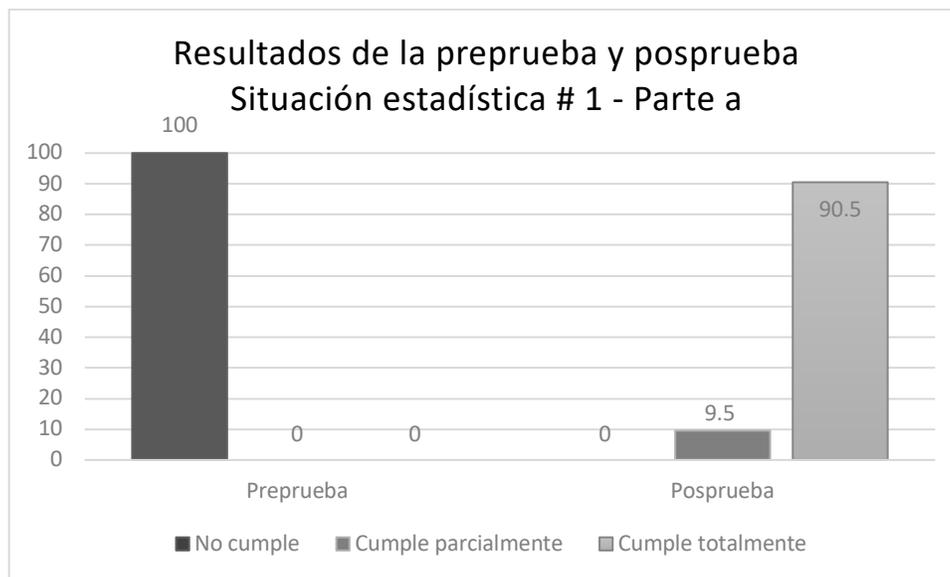
Como parte de la investigación, antes de comenzar la implementación de la unidad sobre análisis de datos los estudiantes tomaron la preprueba para identificar el conocimiento que tenían los estudiantes sobre el tema. La preprueba consistió en ocho (8) ejercicios. La primera y segunda situación se dividen en 3 partes. La tercera y cuarta situación tienen 2 partes. La quinta y sexta situación está dividida en 3 partes. La séptima y octava situación solo tienen una parte. En el apéndice H, está disponible la prueba administrada. Todas las preguntas del instrumento son preguntas abiertas. Con la escala de corrección se trata de determinar el desempeño de los estudiantes mediante los niveles “no cumple”, “cumple parcialmente” y “cumple totalmente”. El criterio de no cumple representa que el estudiante no contestó la pregunta o la contestó incorrectamente. El criterio de cumple parcialmente significa que el estudiante ofreció una respuesta correcta pero su justificación o validación fue incompleta. El criterio de cumple totalmente indica que el estudiante ofreció una respuesta correcta que pudo validar de forma correcta y explicar algorítmicamente su resultado.

Situación estadística 1: En la escuela se realiza un estudio sobre el deporte favorito entre sus estudiantes. Para recopilar los datos, se entrevistan integrantes del equipo de baloncesto de la escuela. (a) ¿Qué tipo de muestreo se utiliza para recopilar los datos del estudio? (b) Explica si el muestreo seleccionado es representativo de los estudiantes de la escuela. (c) ¿Qué tipo de muestreo recomendarías para este estudio? ¿Por qué?

La parte a de la primera situación estadística preguntaba cuál era el tipo de muestreo utilizado para recopilar los datos del estudio. La preprueba provee evidencia que indica que ningún estudiante pudo contestar esa pregunta. Mientras que, la posprueba provee evidencia que el 90.5 % los estudiantes cumplieron totalmente y el 9.50 % de los estudiantes cumplieron parcialmente. Por otro lado, de acuerdo con las preguntas que hicieron los estudiantes durante el examen para esta pregunta la pregunta debe ser más específica para que puedan identificar el tipo de muestreo más allá de probabilístico y no probabilístico. La Figura 11 presenta un resumen de los datos obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la primera situación estadística.

Figura 11

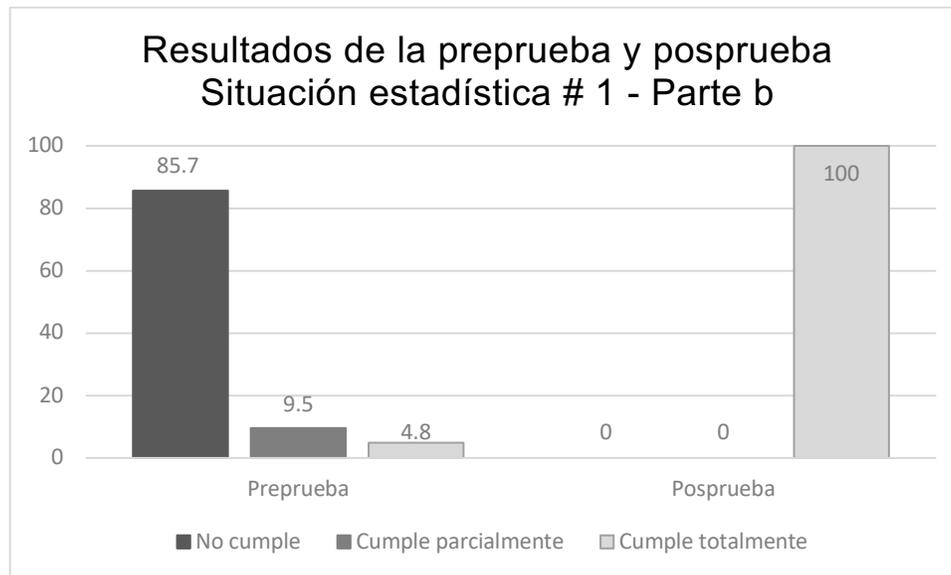
Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la primera situación estadística



La parte b de la primera situación estadística requería que el estudiante explicara si el muestreo seleccionado es representativo de los estudiantes de la escuela. La preprueba arrojó que el 4.8% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 9.5% de los estudiantes cumplieron parcialmente y el 85.7% de los estudiantes no cumplieron. Luego de administrada la posprueba, el 100% de los estudiantes cumplieron totalmente, por lo cual contestaron de forma específica y detallada esta parte de la situación estadística. La Figura 12 resumen los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba en la parte b de la primera situación estadística.

Figura 12

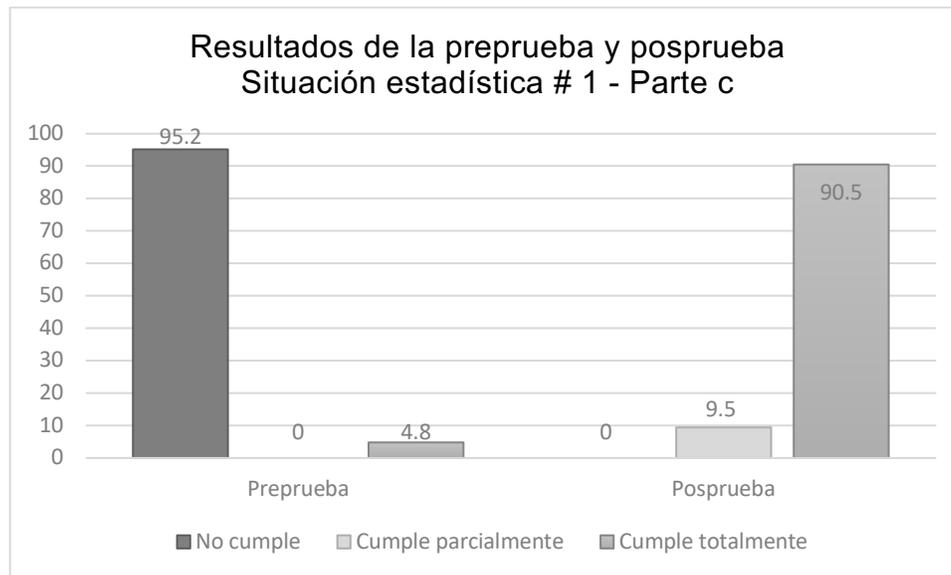
Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la primera situación estadística



La parte c de la primera situación estadística preguntaba cuál era el tipo de muestreo recomendado para el estudio y por qué. La preprueba mostró que el 4.8% de los estudiantes cumplieron totalmente con la respuesta, mientras que, el 95.2% de los estudiantes no cumplieron con la respuesta. La posprueba arrojó que el 90.5% lograron cumplir totalmente, mientras que, el 9.5% de los estudiantes cumplieron parcialmente. La Figura 13 sintetiza los datos obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la primera situación estadística.

Figura 13

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la primera situación estadística



Situación estadística 2: La escuela tiene una matrícula de 300 estudiantes.

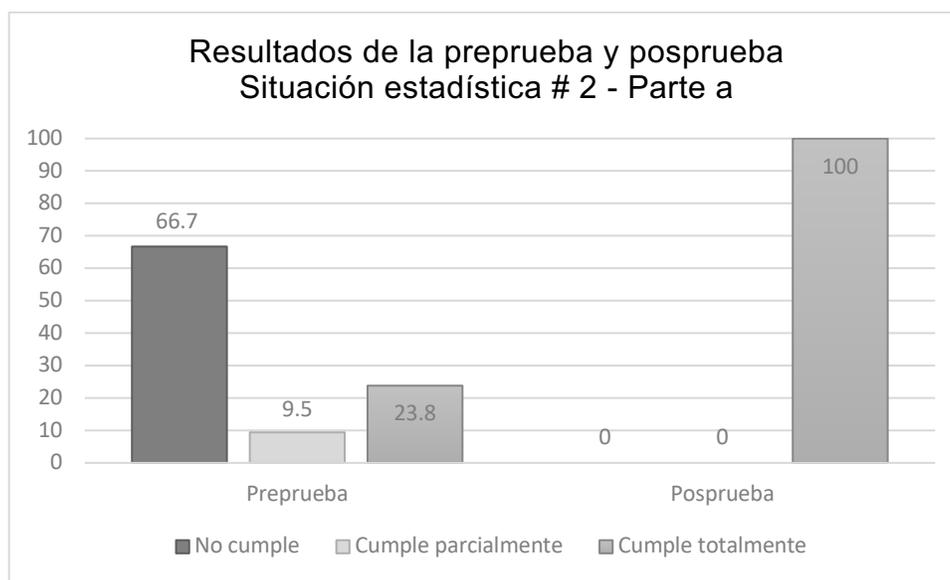
Se realizó una encuesta a todos los estudiantes de la escuela para conocer el deporte que más se practica en la escuela. El 30% de los estudiantes contestaron que el deporte que practican es el voleibol. (a) ¿Cuántos estudiantes de la escuela practican voleibol? (b) Si la encuesta se realiza a una muestra de 25 estudiantes, ¿es la muestra representativa de la matrícula de la escuela? ¿Por qué? (c) Puedes hacer generalizaciones sobre toda la escuela con la muestra seleccionada? Explica tu respuesta.

La parte a de la segunda situación estadística pregunta la cantidad de estudiantes de la escuela que practican voleibol y como se obtuvo el resultado. La preprueba arroja que el 23.8 % de los estudiantes cumplieron totalmente el ejercicio, el 9.5% cumplió parcialmente y el 66.7% de los estudiantes no cumplieron. El panorama

para la posprueba fue distinto, porque el 100% de los estudiantes cumplieron totalmente con la pregunta, es decir que la completaron de forma correcta y fundamentada en los procesos algebraicos. La Figura 14 resume los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte a de la segunda situación estadística.

Figura 14

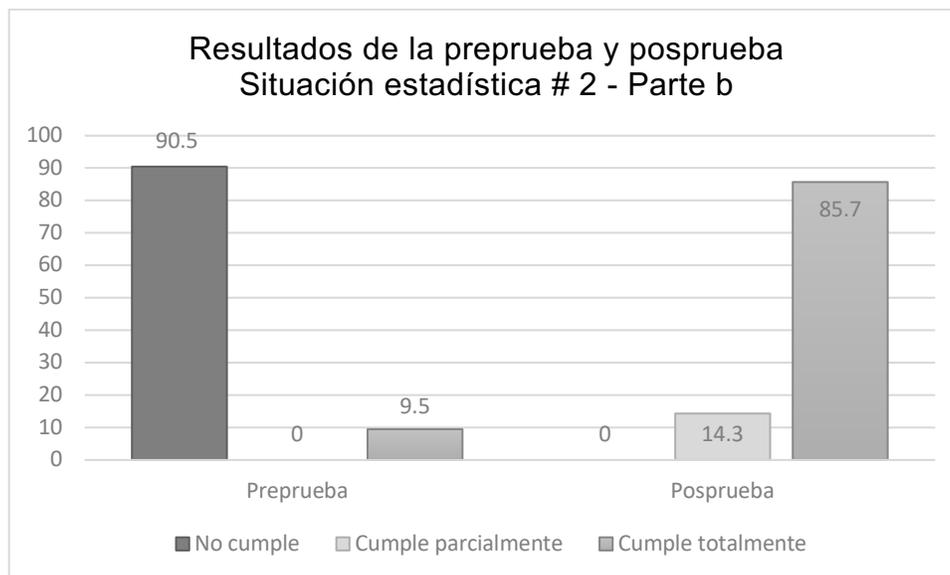
Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la segunda situación estadística



La parte b de la segunda situación estadística hace referencia a si la cantidad de la muestra y si esta es representativa de la escuela. En la preprueba, el 9.5% de los estudiantes cumplieron totalmente y el 90.5% no cumplieron. Durante la posprueba, el 85.7% de los estudiantes cumplieron totalmente con sus respuestas, mientras que, el 14.3% no cumplió. La Figura 15 presenta los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte b de la segunda situación estadística.

Figura 15

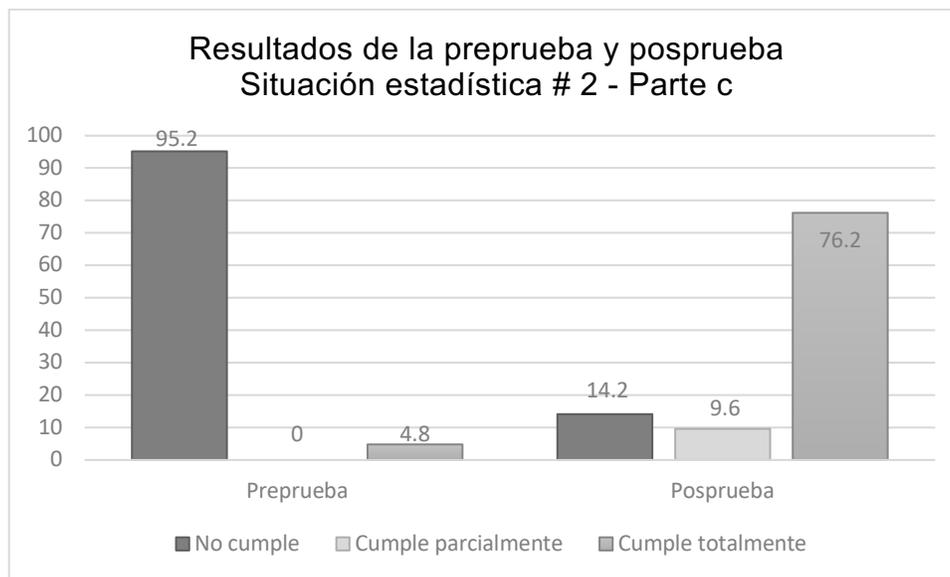
Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la segunda situación estadística



La parte c de la segunda situación estadística atiende la parte de las generalizaciones en la muestra seleccionada. En la preprueba, el 4.8% de los estudiantes cumplieron totalmente y demostraron conocimiento sobre el concepto de generalización en una muestra de forma correcta. Mientras que, el 95.2% de los estudiantes no cumplieron. Durante la posprueba, se refleja que el 76.2% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 9.6% cumplieron parcialmente y el 14.2% no cumplieron. Durante la administración de la posprueba, los estudiantes preguntaron en varias ocasiones a qué muestra hacía referencia la pregunta, si a la de la parte a o la parte del b. La Figura 16 presenta los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba de la parte c de la segunda situación estadística.

Figura 16

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la segunda situación estadística



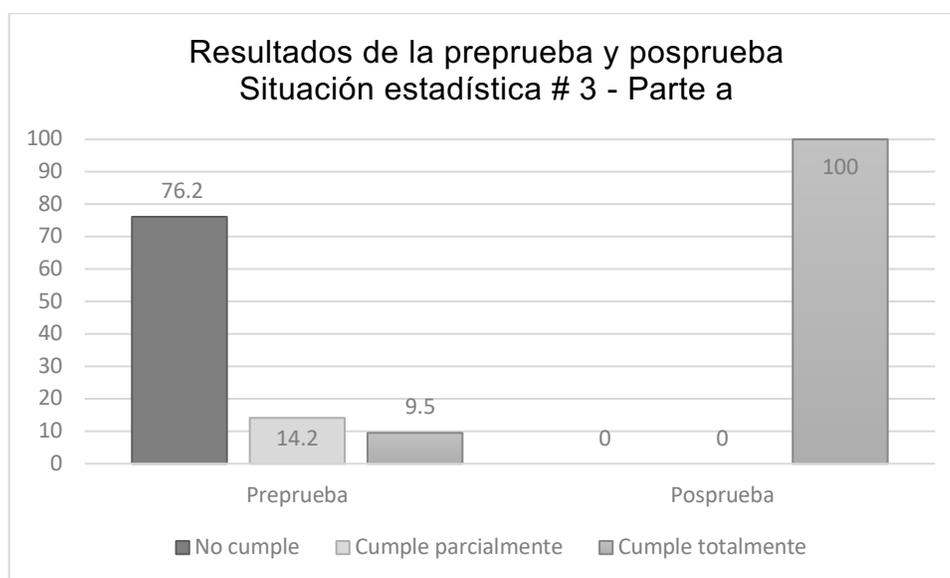
Situación estadística 3: En la clase de matemáticas se han dado cuatro exámenes. Si obtienes una puntuación de 100 en los primeros tres exámenes y en el cuarto examen obtienes una puntuación de 50. (a) ¿Qué le sucede a tu media aritmética después del cuarto examen? ¿Por qué? (b) Establece un conjunto de cuatro puntuaciones, donde las primeras tres puntuaciones sean de 100 y la cuarta puntuación se modifique para que obtenga una media aritmética de más de un 90% A. Justifica tu respuesta.

La parte a de la tercera situación estadística atiende el concepto de interpretar la media con valor extremo y sin valor extremo. Los hallazgos de la preprueba indican que el 9.5% de los estudiantes cumplieron totalmente, por lo cual interpretaron de forma correcta el cambio en la media con el valor extremo y sin el valor extremo, mientras que, el 14.2% de los estudiantes cumplieron parcialmente y el 76.2% de los estudiantes

no cumplieron. Luego de tomar la posprueba, el 100% de los estudiantes cumplieron totalmente. La Figura 17 recapitula los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba en la parte a de la tercera situación estadística.

Figura 17

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la tercera situación estadística

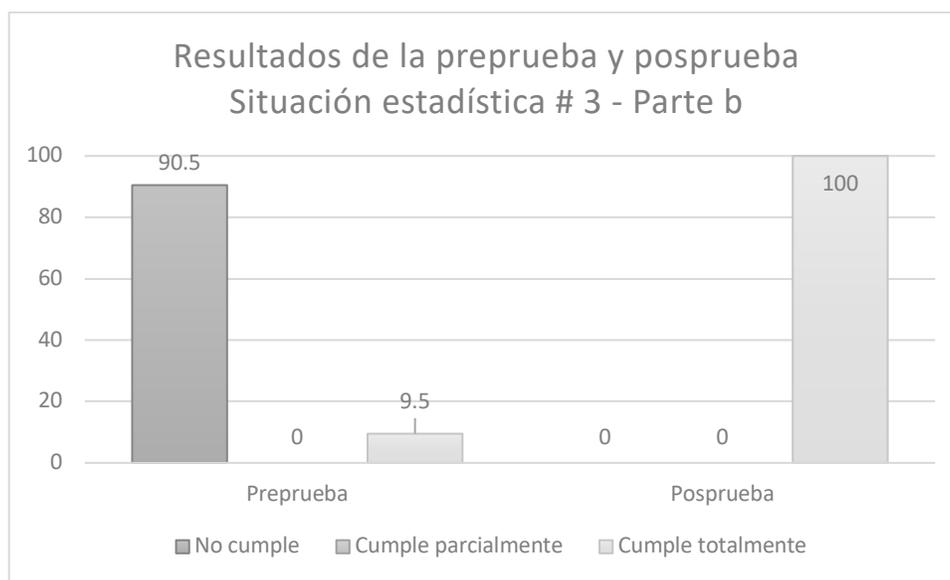


La segunda parte de la tercera situación estadística trabaja con establecer un conjunto de cuatro puntuaciones, donde las primeras tres puntuaciones sean de 100 y la cuarta puntuación se modifique para que obtenga una media de más de 90%. La preprueba arroja que el 9.5% de los estudiantes cumplieron totalmente y el 90.5% no cumplieron con la respuesta provista para la pregunta. En la posprueba, el 100% de los estudiantes cumplieron totalmente, por lo cual lograron argumentar de forma válida esta pregunta. Durante la administración de la posprueba, esa pregunta generó unas observaciones bien diversas, mientras hubo estudiantes que indicaron que era una

respuesta obvia, hubo otros que recomendaron pedir un promedio exacto para hacer la pregunta más difícil, hubo otros que comentaron no saber lo que le estaba pidiendo la pregunta. La Figura 18 presenta los resultados de la preprueba y la posprueba para la parte b de la tercera situación estadística.

Figura 18

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la tercera situación estadística



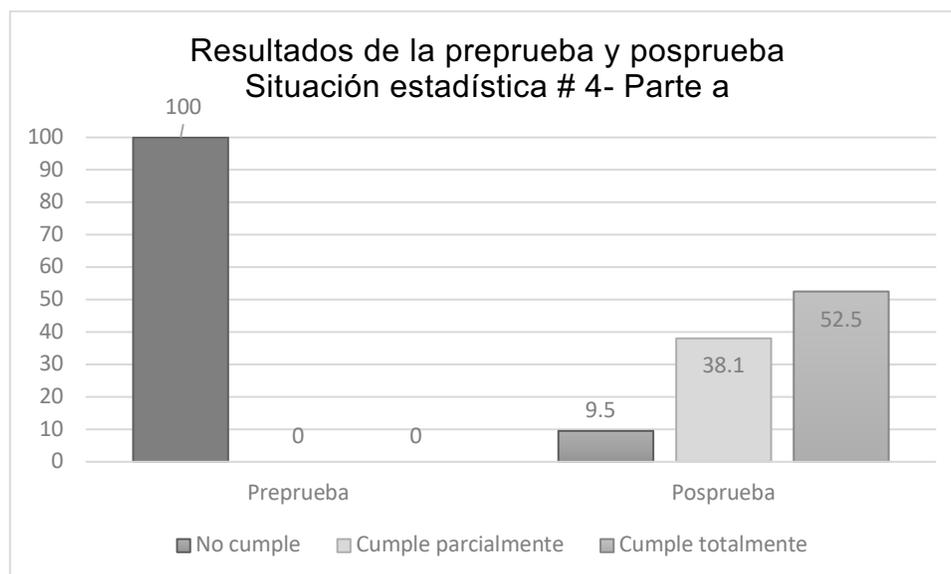
Situación estadística 4: Dado un diagrama de caja y bigote, realiza una interpretación que represente las puntuaciones de un examen de matemáticas.

(a) De acuerdo con el diagrama de caja y bigote, ¿cuál es una interpretación para el valor máximo de las puntuaciones del examen de matemáticas? (b) De acuerdo con el diagrama de caja y bigote, ¿qué sucede si se elimina el valor máximo del diagrama de caja y bigote. Explica tu respuesta.

En la cuarta situación estadística, la parte a de la pregunta trabaja con una posible interpretación para el valor máximo de las puntuaciones del examen de matemáticas. La preprueba indica que ningún estudiante cumplió. Mientras que, el panorama de la posprueba fue distinta e indica que el 9.5% de los estudiantes no cumplieron, el 38.1% cumplieron parcialmente y 52.5% completaron totalmente. Por lo cual, interpretaron de forma estadísticamente válida los diagramas de caja y bigote con valor extremo. La Figura 19 resume los datos obtenidos para la preprueba y posprueba en la parte a de la cuarta situación estadística sobre interpretación de diagramas de caja y bigote.

Figura 19

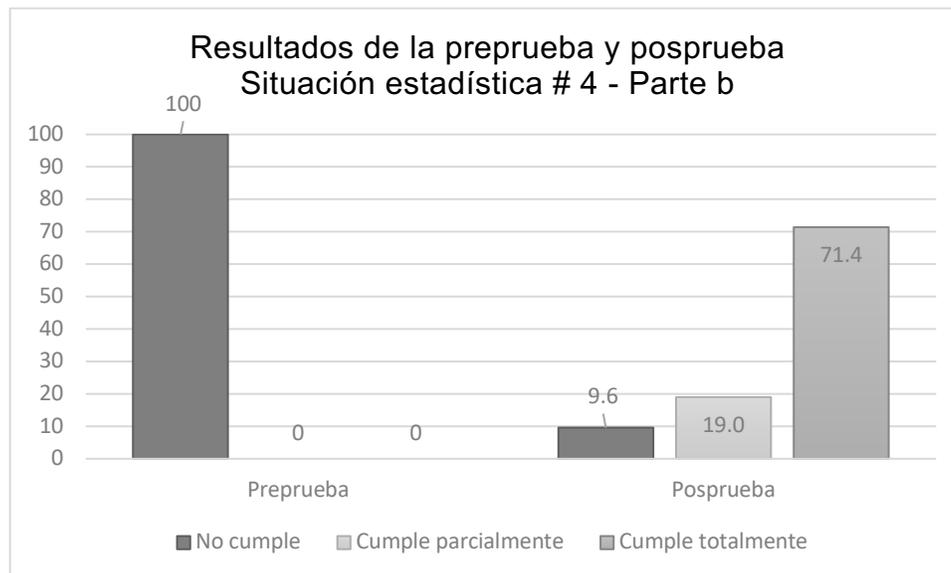
Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la cuarta situación estadística



En la parte b de la cuarta situación estadística, se atiende el análisis del valor extremo en un conjunto de datos y como altera el conjunto de datos el eliminar o cambiar los valores extremos. En la preprueba, ningún estudiante cumplió con esta pregunta. En la posprueba, el 71.4% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 19.0% cumplieron parcialmente y el 9.6% no cumplieron. Durante la administración de la posprueba, hubo estudiantes que manifestaron no entender que estaba pidiendo la pregunta de forma exacta. La Figura 20 resume los datos obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la situación estadística cuatro donde se trabaja con el concepto de valor extremo.

Figura 20

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la cuarta situación estadística

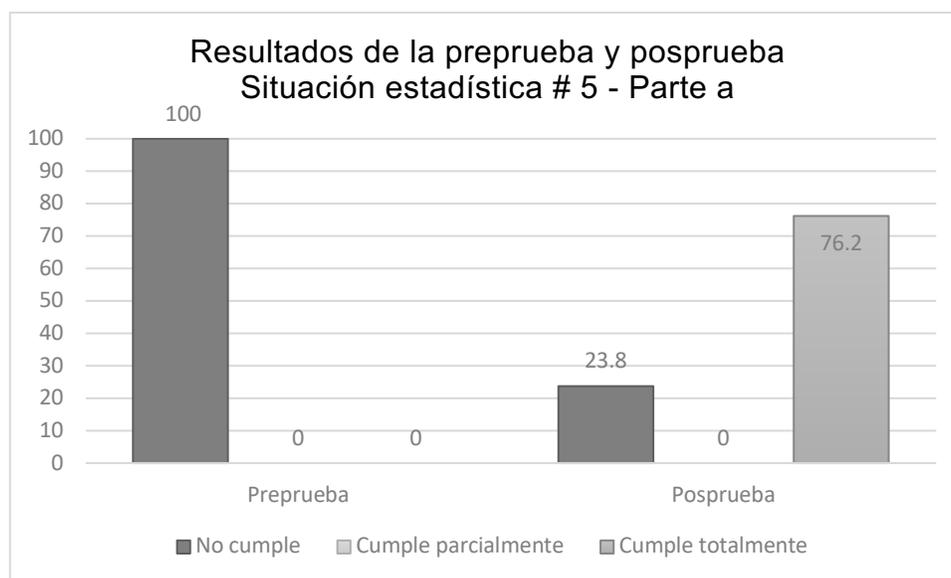


Situación estadística 5: Un investigador hace un estudio sobre intereses estudiantiles entre los estudiantes de una escuela secundaria. El investigador entrevista solo estudiantes de séptimo grado de la escuela. (a) ¿Cuál es la población del estudio? (b) ¿Cuál es la muestra del estudio? (c) ¿Podemos utilizar esa muestra para hacer generalizaciones sobre la población?

La parte a de la quinta situación estadística está dirigida a la comprensión de la población en un estudio. En la preprueba ningún estudiante cumplió. Durante la posprueba, el 76.2% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 23.8% no cumplió. La investigadora observó que el 23.8% que no cumplió confundió la población con el tema del estudio. La Figura 21 resume los datos obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la quinta situación estadística.

Figura 21

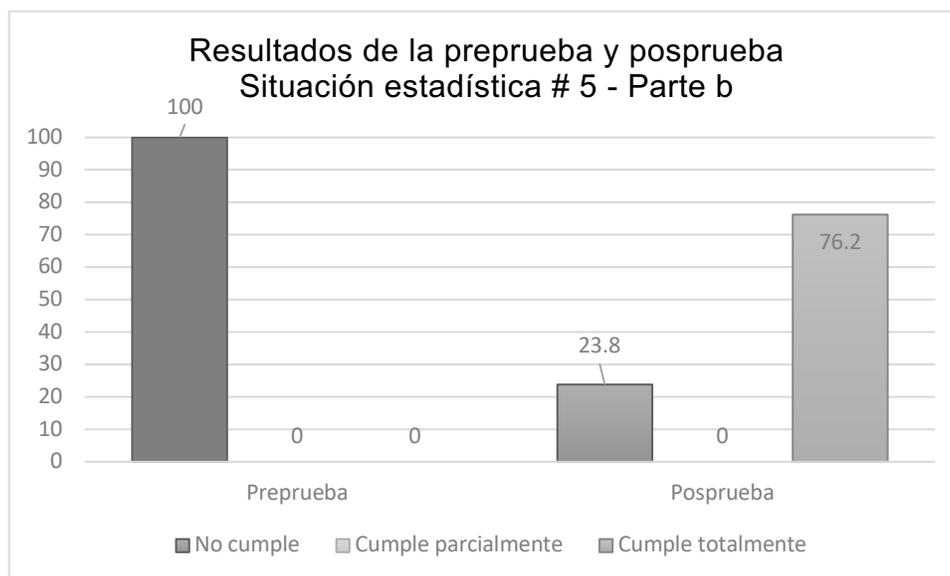
Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la quinta situación estadística



La parte b de la quinta situación estadística está enfocada en la comprensión del concepto de la muestra en un estudio. Durante la preprueba, ningún estudiante cumplió con esta pregunta. En la posprueba, el 76.2% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 23.8% no cumplió, por lo cual, no logró identificar correctamente la muestra de estudio. Es interesante observar que, en estas dos preguntas el estudiante que no logró contestar la parte a de la pregunta correctamente tampoco logró contestar la parte b de la pregunta. La Figura 22 presenta un resumen de los resultados obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte de la situación estadística cinco que atiende el concepto de muestreo y muestra representativa.

Figura 22

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la quinta situación estadística

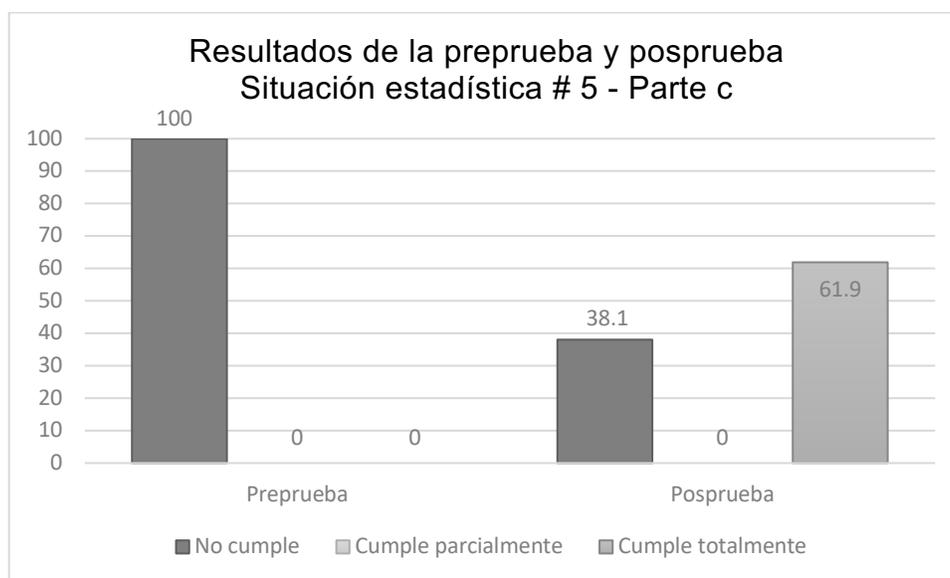


La parte c de la quinta situación estadística atiende el concepto de utilizar la muestra para hacer generalizaciones de la población. En la preprueba, el 100% de los

estudiantes no cumplieron. En la posprueba el 61.9% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 38.1% no cumplieron. En esta parte de la situación estadística, la investigadora observa que no hubo estudiantes que cumplieron parcialmente. La Figura 23 muestra los resultados obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte c de la situación estadística cinco que atiende las generalizaciones.

Figura 23

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la quinta situación estadística



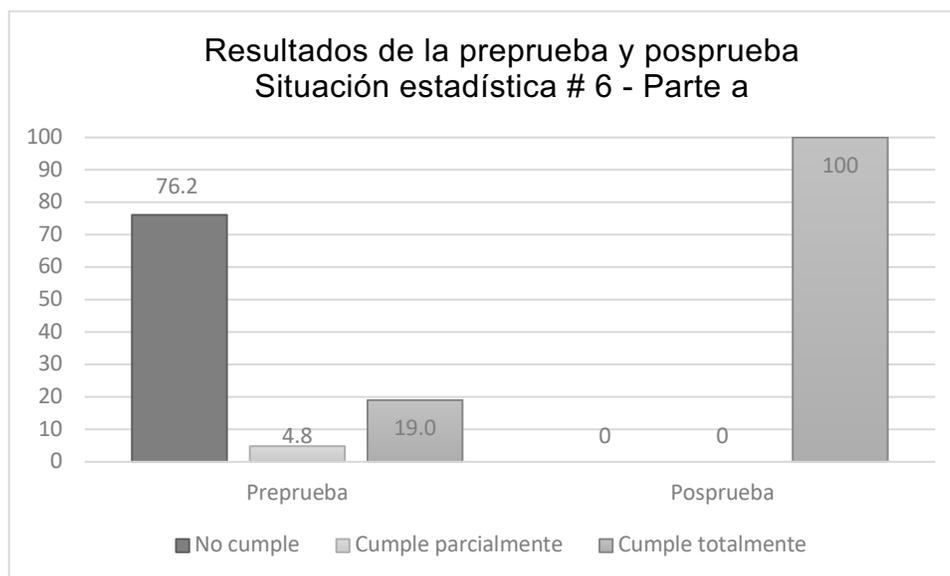
Situación estadística 6: Las puntuaciones acumuladas de un estudiante en la clase de matemáticas son las siguientes: 40, 100, 95, 95, 95. (a) Explica detalladamente cómo calculas la media aritmética del estudiante en la clase de matemáticas. (b) Al calcular la media aritmética de las puntuaciones acumuladas de un estudiante en la clase de matemáticas, ¿a qué conclusiones puedes llegar

sobre la media aritmética del estudiante en la clase de matemáticas? (c) ¿Cuál sería la puntuación mínima que tendría que obtener el estudiante en la sexta evaluación para obtener una media aritmética de 90% en la clase de matemáticas? ¿Por qué?

La parte a de la sexta situación estadística atiende la explicación detallada de la media aritmética. La preprueba arrojó que el 19.0% de los estudiantes cumplieron totalmente, el 4.8% cumplió parcialmente y el 76.2% no cumplió. En la posprueba, se pudo observar que el 100% de los estudiantes cumplieron totalmente. La Figura 24 presenta los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte a de la sexta situación estadística que trabaja el análisis de las medidas de centralización.

Figura 24

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte a de la sexta situación

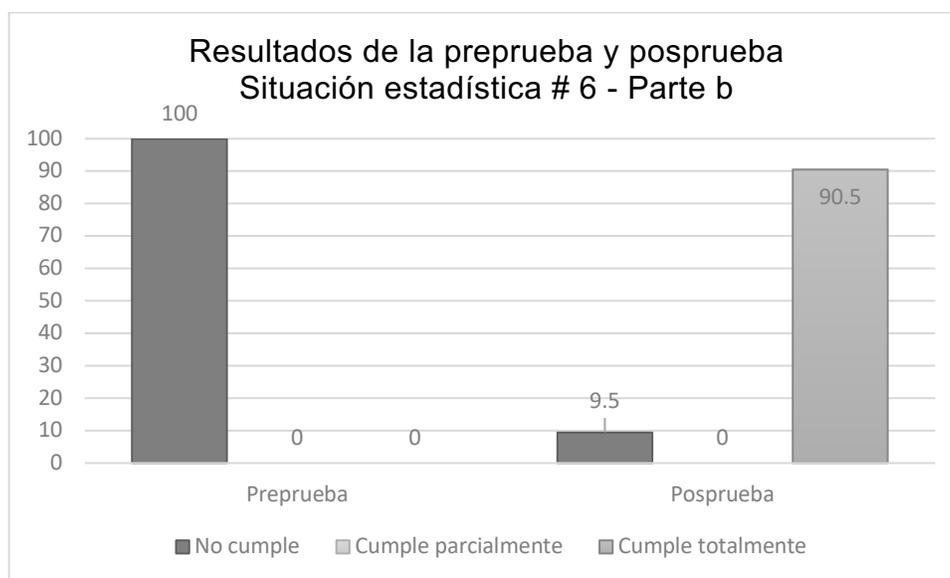


La parte b de la sexta situación indica que el estudiante presente el algoritmo para calcular la media aritmética. En la preprueba, el 100% de los estudiantes no

cumplieron. En la posprueba, el 90.5% de los estudiantes cumplieron totalmente, mientras que, el 9.5% no cumplió. La Figura 25 resume los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte b de la sexta situación estadística que atiende el análisis de medidas de centralización, así como las explicaciones e interpretaciones válidas.

Figura 25

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte b de la sexta situación estadística

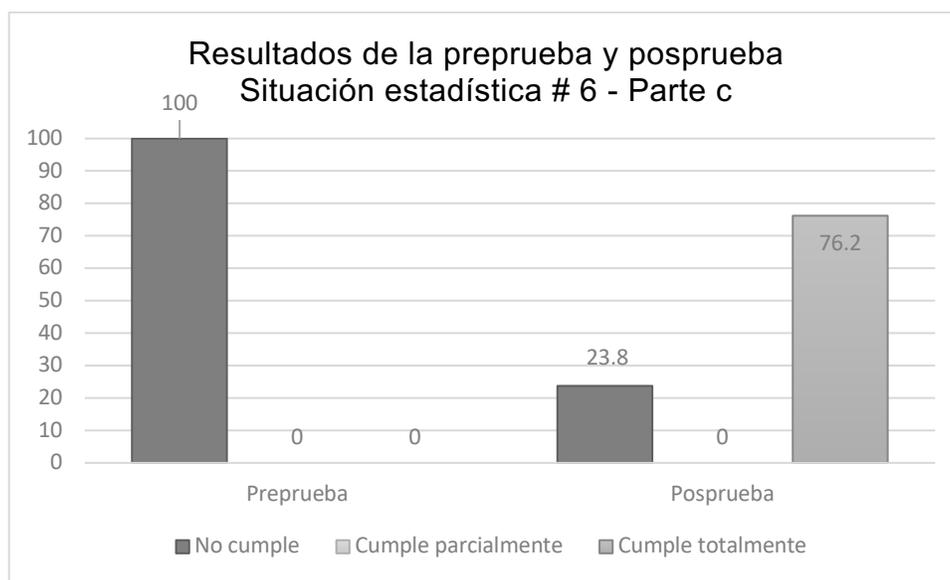


La parte c de la sexta situación estadística atiende el que el estudiante demuestra ir más allá que el algoritmo para obtener la media aritmética. En la preprueba, el 100% de los estudiantes no cumplieron. Luego de la posprueba, el 23.8% de los estudiantes no cumplieron, el 76.2% cumplió totalmente, es decir que, lograron hacer un análisis válido y detallado para calcular la media aritmética e identificar posibles puntuaciones para obtener una media aritmética de 90% según establece el

ejercicio. La Figura 26 muestra los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba para la parte c de la sexta situación estadística que trabaja con el análisis e interpretación de las medidas de centralización, además de, el efecto que tiene el valor extremo en las medidas de centralización.

Figura 26

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la parte c de la sexta situación estadística



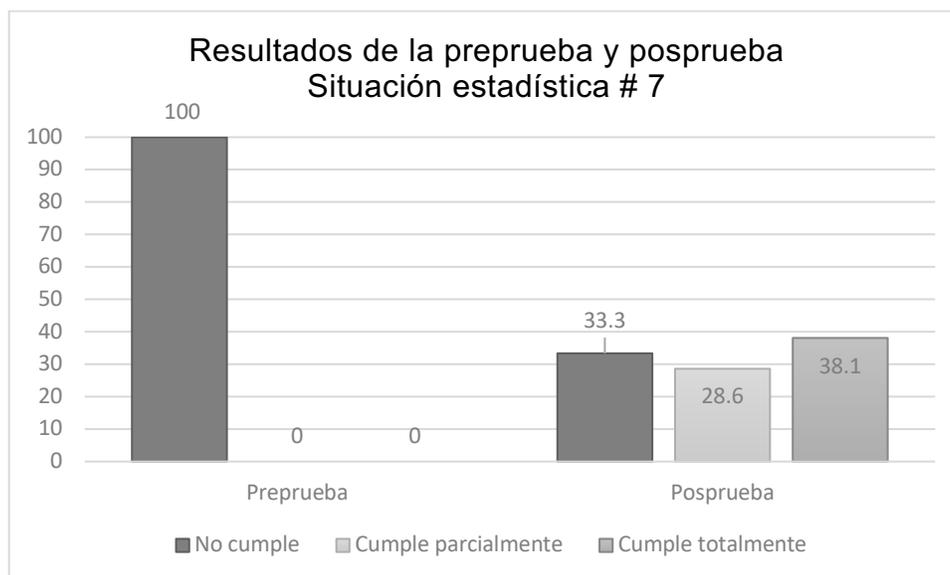
Situación estadística 7: Utilizando el diagrama de caja y bigote, escribe una situación estadística que se puede aplicar al diagrama ilustrado.

Para la séptima situación estadística, la preprueba indica que el 100% de los estudiantes no cumplieron. En la posprueba, el 38.1% cumplieron totalmente, el 28.6% de los estudiantes cumplieron parcialmente y el 33.3% no cumplieron, por lo cual, no lograron relacionar el diagrama estadístico con alguna situación estadística. La Figura

27 presenta los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba de la séptima situación que atiende la creación de situaciones estadísticas.

Figura 27

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la séptima situación estadística



Situación estadística 8: Menciona un conjunto de nueve datos cuya mediana es 18, el cuartil superior es 22, el cuartil inferior es 11 y el rango es 14.

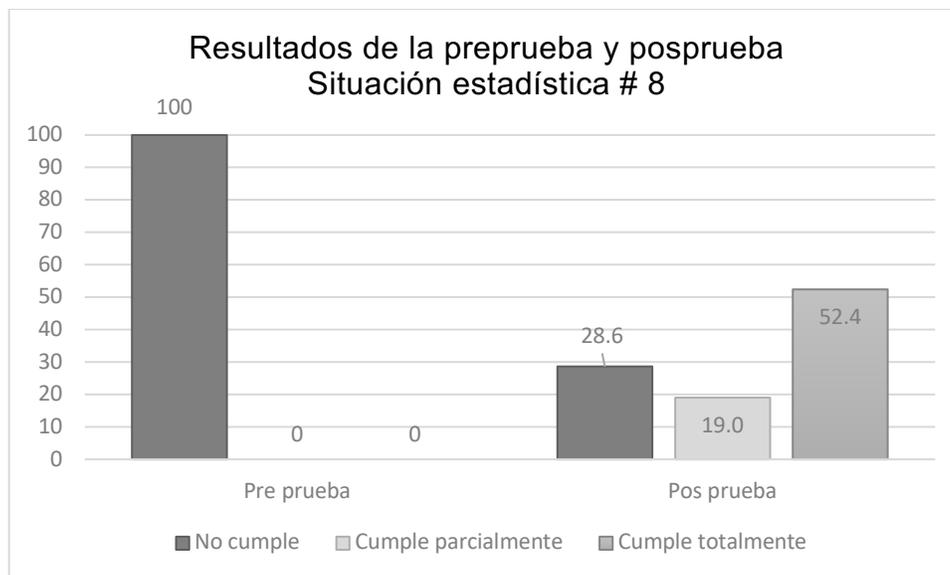
Explica tu respuesta.

En la octava situación estadística se observa que, en la preprueba el 100% de los estudiantes no cumplió. Luego de la implantación de la unidad curricular, la posprueba arrojó que el 52.4% de los estudiantes lograron cumplir totalmente, el 19.0% cumplieron parcialmente y el 28.6% no cumplieron. La Figura 28 resume los datos obtenidos en la preprueba y la posprueba para la octava situación estadística que

trabaja el análisis de un conjunto de datos para la creación de un nuevo conjunto de datos que cumplan con unas características particulares.

Figura 28

Resultados obtenidos en la preprueba y posprueba para la octava situación estadística



Análisis estadístico de la preprueba y posprueba

Para el análisis estadístico, la investigadora comenzó por obtener las puntuaciones de la preprueba y posprueba. A cada ejercicio se le asignó una puntuación máxima de dos puntos y se utilizó una escala donde 2 significa cumple totalmente, 1 cumple parcialmente y 0 no cumple. Luego, se sumaron todas las puntuaciones de cada ejercicio para obtener el total acumulado en la preprueba y la posprueba por participante. Para seleccionar la prueba estadística que se iba a utilizar, la investigadora revisó el tamaño de muestra (21 participantes), como la muestra es pequeña, no se realizó una prueba de bondad de ajuste, sino que se utilizó una estadística no paramétrica. Se escogió una prueba de *U de Mann Whitney* para dos

muestras relacionadas, de esta forma se determinó si hubo cambios significativos entre las puntuaciones de la preprueba y la posprueba.

La hipótesis nula establece que no existe diferencia entre las puntuaciones de la preprueba y la posprueba debido a la implantación de la unidad curricular. Mientras que, la hipótesis alterna establece que existe diferencia entre las puntuaciones de la preprueba y la posprueba debido a la implantación de la unidad curricular. El análisis descriptivo del programado SPSS presentó que, para la preprueba, la puntuación mínima fue 0, mientras que la puntuación máxima fue 9, con una media aritmética de las puntuaciones de 2.24 y una desviación estándar 3.18. Esta desviación estándar indica que la mayoría de las puntuaciones en la preprueba están entre 0 y 5 puntos. Mientras que, para la posprueba, la puntuación mínima fue 18 y la puntuación máxima fue 36. La media aritmética de las puntuaciones fue de 29.86 con una desviación estándar de 4.80; lo cual significa que la mayoría de las puntuaciones en la posprueba está entre 25 y 35 puntos. La investigadora recalca que existe una diferencia entre las medias aritméticas de las puntuaciones de la preprueba (2.24) y la posprueba (29.86). La Tabla 3 resume la información de la estadística descriptiva obtenida por el programado SPSS.

Tabla 3

Estadísticas descriptivas para las puntuaciones de la preprueba y posprueba

	N	Mínimo	Máximo	Media aritmética	Desviación estándar
Preprueba	21	0	9	2.24	3.177
Posprueba	21	18	36	29.86	4.799

Mientras que, la prueba de *U de Mann Whitney* arrojó que todos los participantes (21) presentaron un incremento entre las puntuaciones de la preprueba y la posprueba. Al observar el valor de z ($z = -4.020$) a un nivel de significancia de <0.001 , la investigadora concluye que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las puntuaciones de la preprueba y la posprueba después de la implantación de la unidad curricular sobre aprendizaje estadístico. La Tabla 4 resume la información de la prueba de *U de Mann Whitney* obtenida por el programado SPSS.

Tabla 4

Prueba de U de Mann Whitney para los resultados de la preprueba y la posprueba

		N
Prueba <i>U de Mann Whitney</i>	Rangos negativos	0
	Rangos positivos	21
	Empates	0
Total		21
Valor de z		-4.020
Significancia bilateral		<0.001

Parte II. Hallazgos del grupo focal

Para realizar el análisis de las aportaciones de los estudiantes durante las tres sesiones del grupo focal, la investigadora utilizó el modelo de codificación Corbin & Strauss (2008). Se tomaron en consideración las codificaciones del modelo: abierta, axial y selectiva, pero para los hallazgos se hace uso de la codificación abierta y la codificación axial. La Tabla 5 establece los códigos obtenidos en la codificación axial con una breve descripción.

Tabla 5

Descripción de los códigos del grupo focal durante la codificación axial

Códigos	Descripción
Relación con la matemática	Proceso en que el o la estudiante conecta un concepto nuevo con un concepto ya conocido.
Relación con la vida diaria	Proceso en que el o la estudiante conecta un concepto nuevo con una situación de la vida diaria.
Contexto	Son aquellas situaciones de la vida diaria que tienen relevancia para el/la estudiante y generan preguntas para generar situaciones estadísticas.
Conocimiento previo	Ese conocimiento de conceptos estadísticos que tienen los estudiantes sobre el tema.
Conceptos nuevos	Son aquellos conceptos estadísticos que los estudiantes identificaron como conceptos que nunca habían escuchado.
Conceptos trabajados	Son aquellos conceptos estadísticos que fueron trabajados durante la implantación de la unidad curricular.

Códigos	Descripción
Concepto de menor dificultad	Conceptos que los estudiantes identificaron como conceptos de comprensión rápida y que entendieron rápido.
Conceptos de mayor dificultad	Conceptos que los estudiantes identificaron como conceptos de comprensión lenta y que tardaron más entender.
Comprensión de conceptos	Forma en que los estudiantes internalizan y relacionan un concepto estadístico.
Sugerencias para mejor comprensión	Opiniones de los estudiantes para comprender mejor un tema o concepto estadístico discutido durante la implantación curricular.
Actividades diarias	Son aquellas actividades identificadas por los estudiantes que hacen rutinariamente y son relevantes para ellos y ellas.
Actividades sugeridas	Son aquellas actividades identificadas por los estudiantes que son relevantes para ellos y para su aprendizaje.
Opinión de las actividades realizadas	La experiencia de los estudiantes sobre las actividades realizadas para el

Códigos	Descripción
	aprendizaje de la estadística durante la implantación curricular.
Percepción del conocimiento estadístico	Impresión de los estudiantes sobre su sentir en relación con su conocimiento estadístico.
Impresiones finales	Opiniones finales de los estudiantes sobre la unidad curricular, los grupos focales y su experiencia en esta investigación.

La investigadora trabajó el análisis de datos fundamentado en las preguntas de investigación, donde primeramente se obtuvieron las interpretaciones de los estudiantes desarrollaron sobre el razonamiento y la solución de situaciones en contexto. Luego, se atendió la relación entre la Educación Matemática Realista y el razonamiento estadístico en los estudiantes del nivel intermedio. El grupo focal se dividió en tres sesiones: la primera sesión fue antes de la implantación es decir una sesión diagnóstica. Mientras que, la segunda sesión del grupo focal fue durante la implantación de la unidad curricular, para identificar cambios en las concepciones de los estudiantes sobre la estadística. La tercera sesión del grupo se realizó luego de la implantación de la unidad curricular para generar una especie de reflexión sobre la estadística y la vida diaria. Las respuestas de los estudiantes durante las tres sesiones fueron agrupadas en códigos, según establecido por Corbin & Strauss (2008) en la codificación abierta. Según Corbin & Strauss (2008) esta es la primera interacción con

el texto y se exponen las emociones e ideas. Los códigos iniciales estuvieron relacionados con las aportaciones de los estudiantes desde diferentes perspectivas. Estos códigos son esenciales para el desarrollo de categorías y temas emergentes. Además, son flexibles, adaptativos y nos permiten una mejor comprensión de los datos. Durante el proceso de la codificación axial relacionaron las categorías entre cada sesión, la investigadora identificó las preguntas en las sesiones que generaban información antes, durante y después de la implantación de la unidad curricular y a su vez con las preguntas de investigación. De las aportaciones de los estudiantes en las tres sesiones del grupo focal, la investigadora resalta las ideas y recomendaciones para realizar actividades que ayuden a mejorar la comprensión del razonamiento estadístico.

Tabla 6

Resumen de respuestas de los estudiantes para la primera sesión del grupo focal

Categorías	Resumen de respuestas
Relación con la matemática	Los estudiantes relacionan el concepto de estadística con diferentes conceptos matemáticos como el porcentaje, las probabilidades, el promedio (media aritmética), las gráficas y encuestas.
Relación la vida diaria	Los estudiantes relacionan el concepto de estadística con experiencias de la vida como los deportes, la economía del país, el consumo de un

Categorías	Resumen de respuestas
Contexto	<p>país y las elecciones o votaciones. Establecieron distintas relaciones de los porcentajes con la vida diaria. Se destacan el porcentaje de bateo, el porcentaje de carbohidratos y azúcar para una dieta balanceada y los descuentos en las tiendas.</p> <p>Las respuestas de los participantes sobre la estadística y la vida diaria se resumen en consumo de calorías, descuentos en tiendas, economía de un país, censo de un país, deportes, elecciones de un país.</p>
Actividades	<p>Las respuestas de los estudiantes sobre</p> <ol style="list-style-type: none"> <li data-bbox="253 1073 589 1104">1. Actividades diarias actividades diarias que involucren estadística <li data-bbox="253 1146 638 1178">2. Actividades sugeridas aportan opciones como encuestas, tiempo que pasa una persona en el teléfono, aplicaciones de juegos, aplicaciones climatológicas y actividades de atletismo como pista y campo. Entre las actividades que sugieren los estudiantes se destacan la realización de votaciones y la creación de encuestas en plataformas digitales.
Conocimiento previo	<p>Las respuestas de los estudiantes se resumen en no tener mucho conocimiento sobre conceptos estadísticos, sin embargo, pudieron establecer</p>

Categorías	Resumen de respuestas
Concepto nuevo	como conocimiento previo la media, la moda, la población y los porcentajes. Las respuestas de los estudiantes coinciden en qué nunca habían escuchado los conceptos de muestreo y diagramas de caja y bigote.

Segunda sesión del grupo focal

La segunda sesión del grupo focal, la investigadora la realizó durante la implantación de la unidad curricular. Cuando la investigadora les preguntó a los estudiantes sobre los conceptos de menor dificultad y mejor comprensión se repitió el concepto de población y el muestreo aleatorio simple. Cuando se les preguntó porque consideraban el muestreo aleatorio simple un concepto de menor dificultad, indicaron que se les hacía fácil relacionar el concepto con los ejemplos utilizados porque eran de juegos que ellos habían jugado en algún momento. Los ejemplos utilizados para la comprensión del muestreo aleatorio simple fueron sorteo, bingo y ruleta. Por otro lado, en los conceptos de mayor dificultad fueron consistentes al mencionar el ciclo estadístico. Al indagar, coincidieron en qué contenía demasiada información y recomendaron que se utilizaran palabras más cortas para identificar los pasos y relacionarlos con el método científico. Un estudiante compartió que para comprender mejor el ciclo estadístico lo relacionó con el método científico porque identificó que había conceptos muy similares entre ambos. Otro estudiante compartió que al principio

se le hizo difícil el ciclo estadístico, pero descubrió que era algo que hacíamos diariamente pero no le dábamos el nombre de ciclo estadístico. Estas aportaciones de los estudiantes, son ejemplos de modelos de matematización horizontal. Además del ciclo estadístico, mencionaron el muestreo no probabilístico, ya que beneficiaba a quien hace la investigación. Entre las ideas para mejorar la comprensión de los conceptos estadísticos, los estudiantes hacen recomendaciones válidas. Entre las sugerencias mencionaron, (1) el utilizar ejemplos deportivos en las discusiones, (2) la creación de grupos pequeños para organizar y explicar ideas, (3) crear investigaciones con una población pequeña para expandirla, (4) usar ejemplos creados por estudiantes, ver en acción o práctica el ciclo estadístico, y (5) asignar una palabra clave para nombrar cada paso y que lo resuma. La investigadora resalta que, durante el proceso de implantación de la unidad curricular, los estudiantes comienzan a profundizar en las situaciones de la vida diaria que involucran la estadística. Mencionan situaciones más profundas, como: (1) estudios sobre procesos de cáncer, (2) videojuegos y análisis de estadísticas al final de cada mapa del videojuego, (3) popularidad de los creadores de contenido y estadísticas sobre *rating*, (4) investigación sobre el consumo de basura en la escuela y su relación con las moscas y otros insectos, y (5) convertir el salón en una sala de juegos de azar. Al indagar sobre posibles actividades para mejorar la comprensión de conceptos, se repiten las opciones de videojuegos, aplicaciones móviles, creación de encuestas, creación de un casino en el salón y llevar las estadísticas de un juego de baloncesto. A medida que, el proceso de implantación va ocurriendo, las aportaciones de los estudiantes son profundas, específicas y detalladas, además de mejorar sus argumentos estadísticos para justificar sus aportaciones o respuestas. Estas

aportaciones son ejemplos de modelos de matematización vertical. La Tabla 7 resume las respuestas de los participantes en la segunda sesión del grupo focal donde la investigadora observa que hay categorías que se repiten de la primera sesión ya que permite reflexionar sobre las aportaciones en la misma categoría dependiendo de la sesión del grupo focal.

Tabla 7

Resumen de respuestas de los estudiantes para la segunda sesión del grupo focal

Categorías	Resumen de respuestas
Conceptos trabajados	Las respuestas de los estudiantes recuerdan conceptos trabajados como variables, tipos de variables, población, censo y ciclo estadístico.
Conceptos de menor dificultad	Las respuestas de los estudiantes para los conceptos de menor dificultad están relacionadas con la población, muestra, variables y muestreo aleatorio.
Concepto de mayor dificultad	Las respuestas de los estudiantes para los conceptos de mayor dificultad están relacionadas con el ciclo estadístico y el muestreo por conveniencia.
Actividades	Los estudiantes recomiendan que se pueden
Actividades para mejor comprensión	crear ejemplos con información deportiva, realizar investigaciones estudiantiles desde el

Categorías	Resumen de respuestas
Actividades sugeridas	micro al macro, utilizar una palabra descriptiva para cada paso del ciclo estadístico y la creación y análisis de encuestas.
Contexto	Las respuestas de los estudiantes para aplicación de la estadística a situaciones de la vida fueron interesantes y van desde hacer estudios sobre procesos de cáncer en personas, el interés del estudiantado en estudios futuros, los creadores de contenido y el análisis de información, las aplicaciones móviles, la cantidad de basura generada en la escuela y los juegos de azar como convertir el salón en un casino.

Tercera sesión del grupo focal

La tercera sesión del grupo focal se realizó luego de que los estudiantes realizaran la posprueba de la unidad curricular. En esta tercera sesión, la investigadora identifica que los estudiantes parecían tener más confianza al momento de hacer aportaciones en el grupo focal. En esta sesión, la investigadora resalta los estudiantes comentan entender los conceptos trabajados durante la unidad curricular, pero pueden reconocer que necesitan práctica adicional de algunos de los conceptos como el diagrama de caja y bigote y ejemplos de los tipos de muestreo. Este tipo de reflexión es un modelo de matematización horizontal para el desarrollo del razonamiento

estadístico. Cuando se les pregunta sobre el concepto estadístico que mejor comprenden se repiten las conexiones que los estudiantes del tema con otras materias, en este caso con el conocimiento previo trabajado en la clase de ciencias. En su mayoría, indican para mejorar su comprensión hacen uso de este conocimiento para relacionar conceptos como variable y ciclo estadístico. Es interesante ver como para el tercer grupo focal, el ciclo estadístico no era un concepto que generara dificultad, al contrario, coincidieron que era de los conceptos que comprendían. Además, los estudiantes resaltan el dominio de calcular e interpretar las medidas de centralización porque pueden obtener el mismo resultado, pero tener interpretaciones distintas u opuestas. Las medidas de centralización aportaron dos detalles importantes en este grupo focal: (1) los estudiantes indicaron que eran fáciles porque su cálculo eran operaciones matemáticas básicas a las que ellos estaban acostumbrados, y (2) la importancia del contexto para poder interpretar los valores numéricos obtenidos por la media, moda y mediana. En su mayoría, manifestaron haber comprendido la importancia de interpretar de acuerdo con el contexto y como un mismo resultado podía significar asuntos diferentes por el contexto en que estaban los datos. Hubo un estudiante que indicó no tener dudas en la interpretación de las medidas de centralización porque es similar a lo que hace constantemente viendo los números y estadísticas de los videos en *YouTube*, además de tomar decisiones con esas interpretaciones. Asimismo, al igual que el segundo grupo focal, coincidieron en que las variables y el muestreo aleatorio simple son considerado conceptos de menor dificultad. Por el contrario, cuando se les pregunta por conceptos que -luego de la implantación de la unidad curricular- aún generan dudas, predominan dudas en el

concepto de diagrama de caja y bigote. Los estudiantes coinciden en que estas dudas pueden ser porque es un concepto que están viendo por primera vez y las falta estudiarlo con más detenimiento y profundidad. Esta reflexión es un ejemplo para construir un modelo de matematización vertical. Nuevamente, en esta sesión del grupo focal, coinciden en que el concepto de muestreo puede generar algunas dudas porque lo están viendo por primera vez. Al preguntar sobre posibles actividades para mejorar la comprensión de conceptos estadísticos y a su vez desarrollar el razonamiento estadístico, presentan las siguientes opciones: (1) trabajo en pareja, (2) uso de redes sociales como proceso educativo, (3) análisis de información de creadores de contenido, (4) dramatizar diferentes escenarios para que identifiquen los tipos de muestreo y (5) dividir en subgrupos para estudiar una situación que permita como cambiarla para aplicarle todos los tipos de muestreo. Un estudiante verbalizó que para mejorar la comprensión del muestreo por bola de nieve seleccionó personas con una enfermedad rara con el propósito de que traigan más personas con la misma enfermedad. En su justificación, el estudiante indicó que, aunque sabe que este tipo de muestreo no es representativo si provee información para poder estudiar más sobre la enfermedad rara. Las actividades que proponen los estudiantes siguen estando relacionadas con las actividades de la primera sesión, pero con mayor especificación, profundidad y detalle; lo que nos muestra un modelo de matematización horizontal. La Tabla 8 resume las respuestas de los participantes en la tercera sesión del grupo focal donde se repiten categorías que están en las primeras dos sesiones del grupo focal y permite reflexionar sobre las aportaciones a lo largo de las tres sesiones del grupo focal.

Tabla 8

Resumen de respuestas de los estudiantes para la tercera sesión del grupo focal

Categorías	Resumen de respuestas
Conceptos trabajados	Los estudiantes indican que los conceptos trabajados son población, muestra, muestreo probabilístico, muestreo no probabilístico, variables, diagrama de caja y bigote.
Comprensión de conceptos	Los estudiantes coinciden en que comprender los conceptos, pero reconocen necesitar más práctica en el muestreo y los diagramas de caja y bigote.
Concepto de menor dificultad	Las respuestas de los participantes sobre el concepto de menor dificultad coinciden en que estos conceptos son: variables, medidas de centralización, población y muestra.
Concepto de mayor dificultad	Las respuestas de los participantes sobre el concepto de mayor dificultad enfatizan en los conceptos de muestreo y diagrama de caja y bigote.
Actividades	Las actividades sugeridas por los estudiantes para mejorar la comprensión de los conceptos se resumen en trabajo en equipo para analizar
Actividades para mejor comprensión	

Categorías	Resumen de respuestas
	situaciones estadísticas, dramatizar situaciones para identificar el tipo de muestreo utilizado.

Al ser la tercera y última sesión del grupo focal, la investigadora preguntó sobre la participación de los estudiantes en esta investigación y cómo ayudo a una mejor comprensión de conceptos estadísticos obteniendo la percepción estudiantil. Entre las respuestas significativas se menciona el uso de la estadística en la vida diaria para la toma de decisiones. Un estudiante dijo *“a mí me impresionó porque por primera vez los números significaban algo dependiendo de lo que le rodeaba”*, esta aportación es significativa porque atiende el propósito de esta investigación. Hubo estudiantes que mencionaron como ahora se sentían más preparados para hacer otro tipo de observaciones cuando los maestros discuten y analizan formularios digitales en su sala de clases. Otro estudiante indicó que diariamente se hace estadística pero no con ese nombre. Finalmente, la tercera sesión culmina con las impresiones de los estudiantes en este proyecto educativo. En este espacio los estudiantes dialogaron sobre como las reuniones le habían ayudado a conversar sobre el tema y la importancia de organizar los pensamientos antes de verbalizarlos. La investigadora resalta la aportación de un estudiante que expresó: *“me gustó poder tener estas conversaciones mientras se enseñaban los conceptos en clase porque me ayudó a pensar más sobre el tema”*. La Tabla 9 resume las respuestas de los participantes en la parte final de la tercera sesión del grupo focal donde se atiende la opinión, percepción e impresión de los estudiantes sobre el proyecto educativo.

Tabla 9

Resumen de respuestas de los estudiantes para la parte final de la tercera sesión del grupo focal

Categorías	Resumen de respuestas
Opinión sobre las actividades realizadas	Los participantes indican que les gustan las actividades en parejas, además que, aunque fue de las actividades más difíciles les pareció interesante la creación de situaciones de la vida diaria que se pueden resolver utilizando la estadística.
Percepción del razonamiento estadístico	Los participantes entienden que su razonamiento estadístico mejoró después de haber participado en este proyecto. Se sienten capaces de establecer conversaciones sobre temas que involucren estadística.
Impresiones finales	La participación en el proyecto ayudó a los estudiantes a verbalizar y conversar los conceptos que se trabajan en la sala de clase, así como a reflexionar sobre el tema. Además, este tipo de proyecto benefició a aquellos participantes que son extremadamente callados en el salón.

Parte III. Triangulación de hallazgos

Al momento de realizar la triangulación entre los hallazgos cualitativos y cuantitativos se destacan resultados que fueron similares u opuestos en ambas técnicas de recopilación de datos. De forma general, en la primera sesión del grupo focal el que los estudiantes no pudiesen verbalizar muchos de los conceptos estadísticos que se trabajaron más adelante durante la implantación de la unidad curricular es cónsono con los resultados de la preprueba, donde ningún estudiante pudo contestar las preguntas de las situaciones estadísticas que trabajan conceptos directos como población, muestra, diagrama de caja y bigote, muestreo o medidas de centralización. No obstante, en los ejercicios de procedimientos, pudieron calcular la cantidad que representa un porcentaje de un total. Este detalle está directamente relacionado con el momento cuando se les pidió que definieran lo que era la estadística en la primera sesión del grupo focal, muchos de los estudiantes no pudieron establecer una definición concreta del concepto, pero si relacionar el concepto de estadística con conceptos previos como el porcentaje y la probabilidad. Del mismo modo, esto es similar al comentario de un estudiante que indicó que la parte de las operaciones matemáticas básicas se le hacía fácil. Lo cual va en sintonía con que la mayoría está más acostumbrado al algoritmo que a las aplicaciones y las interpretaciones de los conceptos, ya que la situación estadística tenía preguntas sobre los conceptos de población, muestra y muestreo representativo que los estudiantes no pudieron contestar, pero si pudieron calcular la cantidad de estudiantes que practicaban un deporte, dado el total de estudiantes y el porcentaje.

Es evidente que la expresión “yo en mi vida había escuchado el diagrama de caja y bigote” que verbalizó un estudiante en la primera sesión del grupo focal es cónsono con los resultados de la preprueba donde ningún estudiante contestó las preguntas relacionadas con la creación e interpretación de diagramas de caja y bigote. Luego de la implantación de la unidad curricular, los estudiantes manifestaron necesitar más práctica en construir, analizar e interpretar diagramas de caja y bigote, lo cual a su vez es cónsono con que el 100% de los estudiantes no completó totalmente correcta las situaciones estadísticas de la posprueba que estaban dirigidas a atender este tema. Además, es interesante observar cómo los estudiantes no mencionaron tener dudas en el concepto de población e incluso indicaron que era uno de los conceptos de mejor comprensión, pero en la posprueba hubo un 23% que no pudo completar correctamente esa parte de la situación estadística.

Otro concepto que también fue verbalizado en la primera sesión del grupo como nunca escuchado por los estudiantes fue el muestreo y los tipos de muestreo. Esto es cónsono con los resultados de la preprueba que atendían el concepto de muestreo y tipos de muestreo. A pesar de que los estudiantes cumplieron de forma total o parcial las preguntas de la prueba que trabajan con el muestreo, cuando tuvieron que redactar su situación de la vida diaria donde se aplicara la estadística mostraron problemas en la selección del muestreo adecuado para la situación. En la tercera sesión del grupo focal, un estudiante hizo una recomendación interesante para atender este asunto. Recomendó que se hicieran representaciones teatrales cortas de situaciones estadísticas y se aplicarán los tipos de muestreo estudiados en clase. Del mismo modo, se resalta que los estudiantes no mencionaron entre sus dudas el concepto de muestra

representativa y así lo confirman los resultados en la preprueba; debido a que podían definir concretamente el concepto de representatividad desde un punto de vista lingüístico y asociarlo con el concepto estadístico.

El concepto sobre las medidas de centralización fue mencionado por los estudiantes como uno de los conceptos en el que no tenían dudas y fue fácil de comprender. Esto es similar a los resultados de la posprueba para las preguntas que trabajan el concepto de medidas de centralizaciones. Los estudiantes indican que esto ocurre porque la media, la moda y la mediana tienen como base las operaciones matemáticas básicas de suma, resta, multiplicación y división.

A lo largo de las tres sesiones del grupo focal, se puede apreciar como las aportaciones de los estudiantes van profundizando a medida que se va implantando la unidad curricular. Esto es un ejemplo de un modelo de matematización vertical del concepto. En la primera sesión del grupo focal, las aportaciones de los estudiantes están basadas en el conocimiento previo sobre los conceptos estadísticos, al igual que, los resultados de la preprueba son el reflejo de cuanto comprenden sobre el razonamiento estadístico los estudiantes antes de la implantación de la unidad curricular. En las aportaciones de los estudiantes durante la segunda y tercera sesión del grupo focal, se puede apreciar la profundidad y la seriedad de sus aportaciones. Además, en la tercera sesión y luego de la implantación de la unidad curricular, la investigadora percibe como además de hablar sobre aportaciones estadísticas en el área de los deportes, la escuela y los videojuegos, comienza un diálogo sobre las estadísticas en espacios como la salud pública, los creadores de contenido y las aplicaciones de celulares. Estos diálogos recopilan evidencia de cómo los estudiantes

desarrollan un razonamiento estadístico que les permite argumentar estadísticamente y tomar decisiones basadas en datos estadísticos. Lo cual es cónsono y se ve reflejado en los resultados de la posprueba.

CAPÍTULO V HALLAZGOS, DISCUSIÓN Y RECOMENDACIONES

Introducción

El propósito de esta investigación fue conocer como los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde una perspectiva contextualizada y aplicada a la vida diaria. Para lograrlo, se realizó una investigación en acción con una metodología mixta en tres etapas: diseño curricular, implantación curricular y evaluación curricular. Durante las tres etapas, la investigadora realizó el proceso de recopilación de datos cualitativos y cuantitativos. Los datos cuantitativos se recopilaban a través de una preprueba y posprueba en la primera y última etapa de la investigación. Del mismo modo, la recopilación de los datos cualitativos se realizó mediante un grupo focal en tres sesiones. Cada sesión del grupo focal se llevó a cabo en una etapa distinta del estudio

Las preguntas de investigación que dieron base a este estudio fueron tres, donde la pregunta principal fue: ¿En qué forma la Educación Matemática Realista facilita la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio? Mientras que, se utilizaron dos preguntas secundarias que fueron:

(a) ¿Cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto?

(b) ¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio?

Este capítulo presenta los hallazgos más importantes, así como su discusión a raíz de las preguntas de investigación. Este capítulo se organizó en la discusión de los

hallazgos para responder las tres preguntas de investigación. Luego, se presentan las conclusiones de esta investigación en acción, las limitaciones, las recomendaciones para el desarrollo curricular y las sugerencias para estudios futuros.

Discusión

Para contestar la pregunta principal de esta investigación sobre: ¿En qué forma la Educación Matemática Realista facilita la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio?, la investigadora creó una unidad curricular sobre el análisis de datos con el fin de desarrollar el razonamiento estadístico. La unidad creada utilizó como base la Educación Matemática Realista y las situaciones didácticas para lograr la matematización. Como herramientas conceptuales fundamentales para la creación de esta unidad, la investigadora hizo uso del contexto, las situaciones problemáticas realistas y la creación de modelos para la práctica, con el fin de guiar al estudiante en su proceso de matematización mediante la reflexión, el descubrimiento, la ejemplificación, la esquematización y la generalización. Por lo cual, las situaciones estadísticas creadas fomentaron en los estudiantes el razonamiento estadístico y la creación de argumentos estadísticos para resolver situaciones estadísticas. Esto se observa claramente en las aportaciones de los estudiantes en las tres sesiones del grupo focal cuando mencionaron la creación de diagramas, flujogramas, conexiones, situaciones reales y distintas estrategias para mejorar la comprensión del concepto del clico estadístico. Asimismo, ese proceso de creación, descubrimiento y ejemplificación es lo que genera modelos de matematización horizontal. Estos procesos, Freudenthal (1991) los resume como la traducción entre el mundo real y el matemático. Más aún, para Gravemeijer et al. (2000) es ese momento donde ocurren las interpretaciones de

las situaciones en contexto es lo que llaman el nivel situacional. En cambio, las verbalizaciones de los estudiantes para mejorar la comprensión del concepto de muestreo mediante la generalización y la creación de situaciones didácticas los llevan a alcanzar el nivel formal y los modelos de matematización vertical establecidos por Freudenthal (1991) y Gravemeijer et al. (2000). Lo antes mencionado, justifica como la Educación Matemática Realista, mediante las situaciones didácticas, facilitó la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio guiando al estudiantado a lograr interpretaciones, reflexiones y generalizaciones de los conceptos y llevándolos a lograr la fenomenología didáctica que menciona Freudenthal (1991). Estas aportaciones cualitativas son respaldadas por los resultados cuantitativos obtenidos de la preprueba y posprueba.

La investigadora creó una prueba con situaciones didácticas y preguntas abiertas que fueron atemperadas a los intereses expresados, a lo largo del año escolar, de los estudiantes del grupo. Al momento de crear la prueba, la investigadora consideró dos detalles: (a) conocimiento previo del estudiante, y (b) relación entre el dominio del contenido y el conocimiento previo. Del mismo modo, la validación de la prueba se realizó mediante el juicio de expertos, la investigadora seleccionó para este proceso un estudiante de nivel superior y cuatro especialistas: (1) docente de matemáticas en el nivel secundario, (2) especialista en contenido de matemáticas, (3) especialista en contenido de estadísticas, y (4) especialista en currículo y enseñanza. Los resultados de la preprueba y posprueba fueron analizados a través de una prueba no paramétrica *U de Mann Whitney* para muestras relacionadas. Los resultados indicaron que existe diferencia entre las puntuaciones de la preprueba y la posprueba, por lo cual la

implantación de la unidad curricular utilizando como base la Educación Matemática Realista facilitó la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio. Esto es cónsono con las aportaciones de los estudiantes en el grupo focal y mencionadas al inicio de esta discusión. Por lo cual, esto evidencia que las situaciones didácticas, a través del contexto, las reflexiones, las generalizaciones, entre otros, ayudan al desarrollo del razonamiento estadístico.

Los resultados de la preprueba y posprueba revelaron que el hacer uso de situaciones de la vida real permitió el desarrollo del razonamiento estadístico de forma significativa y relevante para los estudiantes, porque:

- a. se utiliza el contexto como herramienta medular para generar conexiones y reflexiones sobre la utilidad de la estadística en otros aspectos.
- b. el uso de datos reales y relevantes ayuda al estudiantado a establecer relaciones con el conocimiento previo, con otros conceptos estadísticos y matemáticos y con su entorno.
- c. el énfasis en la resolución de problemas, las situaciones didácticas, la toma de decisiones basada en datos permite que los estudiantes desarrollen el razonamiento estadístico de forma significativa y crítica.
- d. el uso de modelos y representaciones visuales para mejorar la comprensión de los conceptos estadísticos. Algunos ejemplos de este tipo de modelos pueden ser: gráficas, diagramas, esquemas, mapas de conceptos o cualquier otro recurso visual que permita una mejor comprensión del razonamiento estadístico.

Al utilizar el enfoque educativo de la Educación Matemática Realista la comprensión del razonamiento estadístico desde una perspectiva contextualizada y aplicada a la vida diaria generó cambios significativos en los resultados obtenidos por los estudiantes luego de la implantación curricular. Lo cual es cónsono con lo establecido por Yuanita et al. (2018) en su estudio donde establecieron que la Educación Matemática Realista ayudó de forma exitosa a los estudiantes a la formulación de sus propias ideas a partir de situaciones contextuales y experiencias de la vida diaria. Del mismo modo, Tarim & Küküt (2021) en su estudio cuasi experimental concluyeron que al utilizar el enfoque de la Educación Matemática Realista tuvieron un efecto significativo en las puntuaciones de desempeño en matemáticas de los estudiantes del grupo experimental. Además, Tarim & Küküt (2021) son más incisivos al establecer que la enseñanza de las matemáticas con el enfoque de Educación Matemática Realista provee oportunidades para que los estudiantes se integren en el proceso, provean ejemplos y utilicen su propio conocimiento. Durante esta investigación, el observar cómo los estudiantes interactuaron y contestaron la posprueba, coincide con esos espacios que mencionan Tarim & Küküt (2021) para la integración de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y el desarrollo de confianza para que utilicen el conocimiento aprendido para hacer interpretaciones y situaciones que promueven el razonamiento estadístico. Durante la posprueba, las respuestas provistas por los estudiantes con argumentos basados en los datos demuestran que su conocimiento estadístico había cambiado significativamente y los llevaba a hacer nuevas preguntas con las situaciones que se presentaban en la posprueba, generando de esta forma un modelo de matematización vertical. Este proceso de hacer nuevas

preguntas porque ven las situaciones desde nuevas perspectivas, es similar al mencionado por Tarim & Küküt (2021) en su estudio, donde el aumento en el rendimiento académico genera que los estudiantes descubrieran nuevas estrategias y detalles sobre las situaciones creadas anteriormente. Al igual que, Tarim & Küküt (2021), esta investigación en acción coincide en que el beneficio al implantar la unidad curricular desde el enfoque educativo la Educación Matemática Realista es beneficioso para el desarrollo del razonamiento estadístico desde una perspectiva aplicada y contextualizada.

Por otro lado, Murillo (2014) recomendó en su investigación que se realizaran ajustes curriculares, incorporando nuevas metodologías para el desarrollo del razonamiento estadístico. En esta investigación en acción, para desarrollar el razonamiento estadístico en estudiantes de nivel intermedio, la investigadora utilizó una perspectiva curricular diferente e innovadora apoyada en el enfoque educativo de la Educación Matemática Realista. Esta perspectiva curricular de vanguardia permitió la creación de una unidad curricular anclada en las situaciones didácticas utilizando los contextos reales y haciendo uso de datos reales, logrando el desarrollo del razonamiento estadístico significativo. Esta recomendación se obtuvo de las investigaciones de Colón (2012) y Novo et al. (2021) ya que velaban por el beneficio de acercar el tema desde un contexto real y pertinente los estudiantes que se está impactando.

En la parte de la preprueba, la investigadora destaca que, al analizar los resultados, más del 75% de los estudiantes no pudieron completar la misma, por lo cual no pudieron demostrar tener algún tipo de conocimiento previo sobre el tema de esta

investigación. Esto es cónsono con lo que se evidencia en la primera sesión del grupo focal donde los estudiantes no pudieron definir de forma concreta el concepto de estadística y cuando verbalizaron que nunca habían escuchado algunos conceptos que aparecían en la preprueba. Los resultados concuerdan con lo que establecen Murillo (2014) y Villaraga (2019) sobre la importancia de atender el currículo estadístico desde grados primarios para lograr un aprendizaje longitudinal que permita la alineación y profundidad de conceptos de forma sutil y no abrupta como se hace actualmente en el sistema educativo. Tanto Murillo (2014) como Villaraga (2019) son puntuales al promover en sus respectivas investigaciones que se impulse el desarrollo del razonamiento estadístico en todos los espacios y sea un aprendizaje aplicado a la vida diaria.

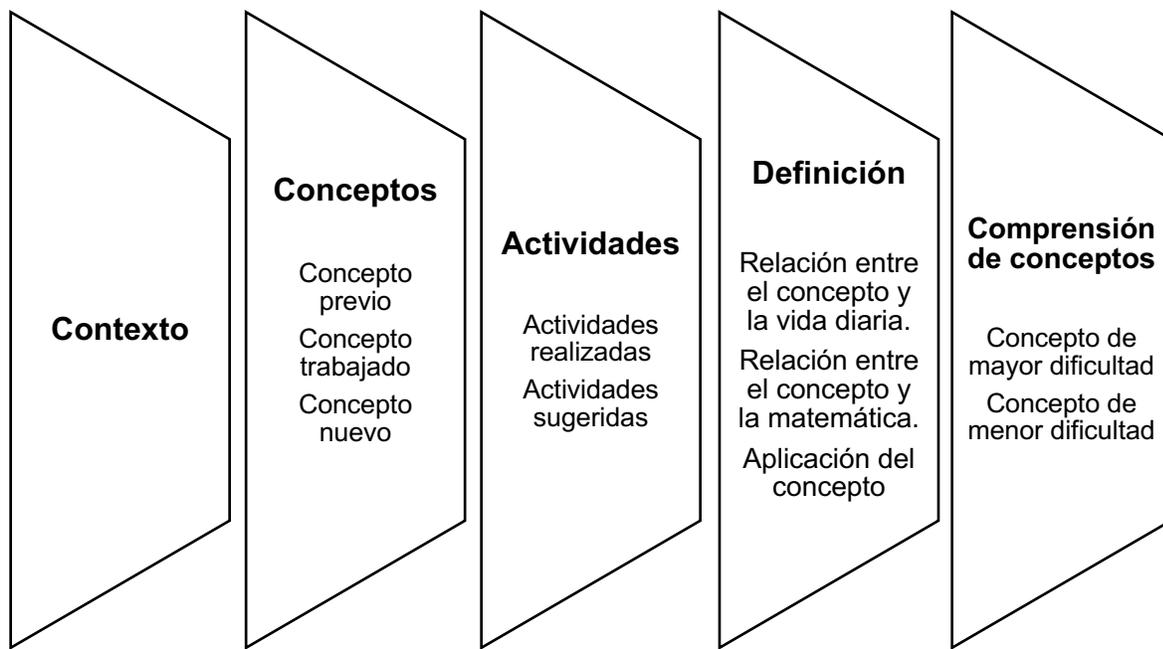
Entre las aportaciones de los estudiantes durante la posprueba, la investigadora, resalta el vocabulario estadístico utilizado para justificar sus explicaciones. Es impresionante ver cómo, en su mayoría, demuestran dominio de conceptos que fueron trabajados durante la implantación de la unidad curricular. Hacen uso correcto e interpretaciones válidas de conceptos en los que verbalizaron tener dudas como es el muestreo, el diagrama de caja y bigote y la muestra representativa, entre otros. Cuando los estudiantes logran hacer la conexión entre el contexto y el algoritmo se obtienen resultados visiblemente significativos. Esto es similar a lo establecido por Freudenthal (1991) donde hace énfasis en la construcción del conocimiento propio, reconociendo la importancia del conocimiento previo, el uso de conceptos y establecer conexiones reales. Del mismo modo, cuando Treffers (1987) habla sobre la matematización con los resultados de la preprueba y la posprueba se puede observar ese crecimiento

progresivo del aprendizaje matemático que mencionan Freudenthal (1991) y Treffers (1987). Además, más adelante en este capítulo, se evidencia que en las categorías emergentes del análisis cualitativo se presentan ejemplos provistos por los estudiantes sobre la matematización vertical y horizontal.

Para atender la pregunta secundaria que dice: ¿Cuáles son las interpretaciones que los estudiantes desarrollan sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto?, la investigadora hizo un análisis de las tres sesiones del grupo focal utilizando el enfoque de Corbin & Strauss (2002). De estas sesiones del grupo focal emergieron los códigos y posteriormente las categorías para el análisis del grupo focal. Del análisis realizado, emergieron un total de cinco (5) categorías, de las cuales cuatro de ellas tenían subcategorías. Las categorías emergentes fueron: contexto, conceptos, actividades, definición y comprensión de conceptos. La Figura 29 resume las categorías emergentes durante el proceso de codificación selectiva.

Figura 29

Resumen de categorías emergentes de la codificación selectiva



Las categorías que emergieron del análisis están directamente ligadas a las aportaciones de los estudiantes en las tres sesiones del grupo focal. La categoría de conceptos tiene tres subcategorías: (1) concepto previo, (2) concepto trabajado y (3) concepto nuevo. La subcategoría de conocimiento o concepto previo es la que trabaja con ese conocimiento que demostraron tener los estudiantes antes de la implantación de la unidad curricular. Este conocimiento previo está relacionado con la parte algorítmica a la que hacen mención Van Dijke-Droggers et al. (2017) como preocupación de la enseñanza de la estadística. La subcategoría de conceptos trabajados son todos aquellos conceptos estadísticos que fueron trabajados durante la unidad curricular. Dentro de esos conceptos se encuentran: población, muestra,

muestreo, generalización, muestra representativa, medidas de centralización, diagramas estadísticos, diagramas de caja y bigote entre otros. Esta subcategoría surge luego de la implantación de la unidad curricular. La subcategoría de conceptos nuevos está presente primordialmente en la primera y segunda sesión del grupo focal y son aquellos conceptos que los estudiantes catalogan como nuevos; ya sea porque nunca los habían escuchado o porque no habían trabajado con ellos. Durante todas las sesiones del grupo focal resaltaron dos conceptos estadísticos totalmente nuevos: muestreo y diagrama de caja y bigote.

Las actividades son la siguiente categoría que emergió de este análisis, de la cual surgen dos subcategorías: (1) actividades realizadas y (2) actividades sugeridas. Las actividades realizadas son aquellas acciones que los estudiantes resaltaron que recordaron haber realizado durante la implantación curricular. Mientras que, las actividades sugeridas son las acciones que los estudiantes recomiendan que se pueden realizar para mejorar la experiencia de la unidad curricular. La categoría de definición incluye tres subcategorías: (1) relación entre el concepto y el conocimiento previo, (2) relación entre el concepto y la matemática, y (3) aplicación del concepto. Estas subcategorías surgen cuando los estudiantes no pudieron definir de manera concretar un concepto, pero sí pudieron establecer relaciones, conexiones y aplicaciones de esos conceptos. Estas relaciones y conexiones establecidas por los estudiantes estuvieron dirigidas a la relación entre el concepto estadístico y otros conceptos matemáticos, por ejemplo, la relación que establecen entre la estadística y el concepto de porcentajes. También, la relación entre el concepto y la vida diaria, por ejemplo, cuando establecen conexiones entre la estadística y los deportes. Finalmente,

esta categoría está relacionada con lo que recomiendan varios autores sobre comenzar la enseñanza estadística de manera práctica y no teórica (Moore & Cobb, 1997; Russell & Mokros, 1996; Cobb, 1992).

Otra de las categorías fue la comprensión de conceptos que, la investigadora, dividió en dos subcategorías: (1) concepto de mayor dificultad y (2) concepto de menor dificultad. De acuerdo con las aportaciones de los estudiantes el concepto de mayor dificultad es definido como aquella concepción que generó mucha dificultad cuando se discutía y para la cual los estudiantes entienden que necesitan mayor explicación, aplicación o conexión. Por el contrario, el concepto de menor dificultad es definido por los estudiantes como aquella concepción que fue de fácil comprensión desde todas las perspectivas: definición, explicación, aplicación y presentación. Finalmente, tenemos la categoría del contexto que, para los estudiantes, se entiende como situaciones de la vida diaria que tienen relevancia y crean preguntas de razonamiento que generan situaciones estadísticas. Esto es similar, a lo planteado por Alsina (2011) ya que define el contexto matemático como una situación problemática que genera preguntas que requieren de soluciones matemáticas. En la Tabla 10 se presenta un resumen de hallazgos en las categorías emergentes durante la codificación selectiva.

Tabla 10

Resumen de hallazgos en las categorías emergentes durante la codificación selectiva

Categorías emergentes	Hallazgos de las categorías
Contexto	El contexto que más mencionaron los estudiantes fue el del análisis de datos a partir de los creadores de contenido.
Conceptos	El concepto previo que tuvo mayor mención fue el de porcentajes. Los conceptos trabajados según los estudiantes fueron:
Concepto previo	
Concepto trabajado	población, muestra, muestreo,
Concepto nuevo	generalización, medidas de centralización, gráficas, encuestas y diagramas de caja y bigote. De estos conceptos, los estudiantes identifican como nuevo el de muestreo y el diagrama de caja y bigote.
Actividades	De las actividades realizadas las que más populares son aquellas que se trabajaron en grupos, equipos o parejas. Mientras que, entre las sugeridas están las actividades de representación visual de los conceptos haciendo uso de la dramatización.
Actividades realizadas	
Actividades sugeridas	
Definición	Los estudiantes tuvieron problemas para establecer definiciones concretas de los

Categorías emergentes	Hallazgos de las categorías
Relación entre el concepto estadístico y la matemática	conceptos, pero pudieron establecer relaciones, patrones y conexiones con el
Relación entre el concepto estadístico y la vida diaria	concepto para poder, más adelante, definir el concepto.
Aplicación del concepto	
Comprensión de conceptos	Para los estudiantes los conceptos de menor
Concepto de mayor dificultad	dificultad fueron los de población, muestra,
Concepto de menor dificultad	muestra representativa y generalización. Una posible explicación es que hicieron una conexión con la teoría de conjuntos. Mientras que, los conceptos identificados como de mayor dificultad fueron los tipos de muestreo y el diagrama de caja y bigote. Una posible explicación es que estos fueron conceptos totalmente nuevos para los estudiantes.

En la primera sesión del grupo focal, la investigadora recoge la percepción de los estudiantes sobre de la estadística como un porcentaje, por lo cual está enfocada en la realización del cómputo. Esta percepción inicial es cónsona con las preocupaciones que establecen otros investigadores sobre el problema actual de que se enseña el razonamiento estadístico desde un punto de vista mecánico sin trabajar la

aplicación y contextualizado a la vida (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007; Garfield & Ben-Zvi, 2007; Russell & Mokros, 1996; delMas et al., 1999).

En la segunda sesión del grupo focal, los estudiantes van construyendo esas interpretaciones del razonamiento estadístico basado en sus experiencias y esas conexiones con otros temas que pueden relacionar con la estadística. Por ejemplo, el estudiante que indicó que el ciclo estadístico se le hizo difícil hasta que logró conectarlo con el método científico que había estado estudiando desde grados primarios. Esta aportación, es similar a lo establecido por Díaz & Careaga (2021) donde profundizan en la importancia del conocimiento previo y las conexiones para resolver situaciones de la vida diaria que estén relacionadas con la estadística. Además, las aportaciones de los estudiantes van dirigidas a temas de su interés que ayudan a que relacionen de forma diferente el contexto con el concepto estadístico, similar a lo sugerido por Boaler (2016) con el contexto y el aprendizaje de las matemáticas.

Para la investigadora es interesante observar cómo los estudiantes hacen conexiones significativas entre los conceptos que se trabajan en clase y sus intereses en la vida diaria, similar a como lo establecen Boaler (2016) y Camarena (2017) en sus respectivos estudios; ya que ambas mencionan la importancia de lograr conexiones significativas entre el mundo real y las matemáticas para lograr la internalización y abstracción de los conceptos. Este proceso de abstracción lo establece Freudenthal (1991) con el enfoque de la Educación Matemática Realista donde internalizan el concepto y luego le asignan nombre, es decir se llega a la fenomenología didáctica. Esa interacción de conceptos que se menciona en las interpretaciones de los estudiantes es similar a lo establecido por Parra (2013) que indica que el aprendizaje

de las matemáticas debe generar una interacción entre el estudiante, la materia y las experiencias de vida, podemos ver esta relación como un triángulo.

Cuando se habla de las interpretaciones de los estudiantes sobre el razonamiento estadístico para resolver situaciones en contexto, la investigadora resalta la preferencia por los diagramas para organizar la información y lograr una mejor comprensión. Además, se habla sobre la importancia de las gráficas y diagramas estadísticos y como estos nos ayudan a comprender mejor un concepto. Estas verbalizaciones de los estudiantes están relacionadas con los planteamientos de Cobb (1992) cuando habla sobre la enseñanza de la estadística con menos teoría y mayor aprendizaje activo a través de gráficos e interpretaciones. Asimismo, esta forma de organizar mejor la información para mejorar la comprensión de los conceptos es similar a lo establecido por Bradstreet (1996) y sobre lograr una abstracción de los conceptos antes de trabajar el algoritmo matemático mencionada por Russell & Mokros (1996). Durante la implantación curricular cuando los estudiantes trabajaron con seleccionar su tema de investigación, hubo una diversidad de opiniones y fue palpable la emoción de los estudiantes en este proceso de selección. Entre los temas mencionados se resaltan el uso de las redes sociales, basura generada en la escuela, interés de estudios universitarios, usos de los videojuegos. Además, mostraron interés en los datos que levantan los creadores de contenido a través de diferentes plataformas sociales. Este interés de los estudiantes son ejemplos significativos que evidencian el planteamiento sobre la importancia de generar situaciones estadísticas que sean reales para los estudiantes y de temas de interés para ellos y de esta forma levantar ideas que guían al estudiante a mejorar su razonamiento estadístico (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et

al., 2007; Garfield & Ben-Zvi, 2007; Moore & Cobb, 1997; Russell & Mokros, 1996; Cobb, 1992).

Durante la implantación de la unidad curricular, mientras los estudiantes trabajan en su situación estadística se podía apreciar la motivación, el interés y la atención que le estaban prestando a su proyecto investigativo. En la tercera sesión del grupo focal, cuando los estudiantes dialogaban sobre sus proyectos los estudiantes podían explicar de forma clara conceptos estadísticos, así como proveer diferentes ejemplos que demostraban su dominio sobre el tema. En los diálogos, resaltaban los argumentos que utilizaban para seleccionar una población sobre otra. Este proceso se ancla en lo que establece Gattuso (2008) y Colón (2012) sobre la esencialidad del contexto en el razonamiento estadístico. Esto nos lleva a un hallazgo importante, cuando luego de la implantación curricular se logra ver la estadística como herramienta para contestar situaciones reales, lo cual es similar a lo que concluyen Smith & Kenlan (2026) en su estudio.

Estos diálogos que se daban en las sesiones del grupo focal evidenciaron la importancia del enfoque de la Educación Matemática Realista establecido por Tarim & Küküt (2021), porque proveen espacios de oportunidades que guían a los estudiantes a integrarse, proveer ejemplos y adueñarse de ese razonamiento estadístico que van adquiriendo. Otro hallazgo importante para esta investigación se observó cuando los estudiantes ofrecían actividades que se podrían hacer para comprender mejor los conceptos estadísticos. Predominaban las opciones del trabajo en equipo, las representaciones visuales para presentar la parte concreta de un concepto y el realizar actividades con datos generados por creadores de contenido. Estas recomendaciones

provistas por los estudiantes van a la par con lo establecido por Van Dijke-Droogers et al. (2017) donde se menciona la importancia de las representaciones visuales para aumentar la comprensión de conceptos estadísticos.

Otro hallazgo que observó la investigadora en el grupo focal fueron los diálogos generados por los estudiantes cuando uno de ellos explicaba porque ese concepto le generaba mayor dificultad y algún otro compañero intentaba explicarle la forma que utilizó para poder comprender mejor el concepto. Estos diálogos eran ricos en vocabulario estadístico, situaciones de la vida diaria y explicaciones pertinentes que generaban nuevas formas de aprendizaje entre pares. Este hallazgo es respaldado por el trabajo investigativo de Amaya (2016) que entre sus conclusiones como la estrategia de interacción grupal generó en los estudiantes nuevas formas de aprender y transformar el razonamiento estadístico.

La pregunta secundaria que expresa: ¿Cómo la Educación Matemática Realista promueve el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel intermedio?, utiliza los datos pareados de la preprueba y posprueba, así como las categorías emergentes de las tres sesiones del grupo focal. Al mediar cuantitativamente los resultados de la preprueba y la posprueba es evidente que hubo un aumento significativo en el razonamiento estadístico de los estudiantes. Al observar la construcción de la prueba que fue validada por especialistas de diferentes especialidades e incluyó un estudiante del nivel superior que haya tomado un curso de estadística, se puede destacar que las situaciones didácticas estadísticas creadas para la prueba fueron pertinentes para los estudiantes. Entre los hallazgos durante este proceso se observa el acercamiento de los estudiantes para contestar las situaciones estadísticas promovía el desarrollo del

razonamiento estadístico, así como el pensamiento crítico para poder establecer argumentos estadísticamente válidos que justifiquen sus planteamientos. Este tipo de acercamiento a las situaciones estadísticas donde se promueve el contexto, la aplicación y el razonamiento es lo que mencionan en sus estudios (Díaz, 2013; Garfield & Ben-Zvi, 2007; delMas et al., 1999). Además, este hallazgo va acorde con lo que establece el Marco Curricular del Departamento de Educación de Puerto Rico (2020) sobre la importancia de que los estudiantes puedan manipular, experimentar, construir, cuestionar, reflexionar e imaginar el contenido estadístico.

Cuando se les preguntó en la tercera sesión del grupo focal sobre la posprueba las reacciones fueron de confianza y dominio en el tema. Hubo un estudiante que comentó sobre la tercera situación estadística de medidas de centralización que la situación era muy fácil y que él sabía la respuesta, pero quiso complicarla buscando otro número que no fuera la respuesta obvia. Este tipo de comentarios son a los que hace referencia Boaler (2016) al permitir que los estudiantes reflexionen sobre su proceso de aprendizaje y demuestren dominio del razonamiento estadístico. Del mismo modo, es lo que Camarena (2017) llama lograr esa conexión significativa y real el mundo exterior y la estadística. Asimismo, Parra (2013) llama a este tipo de reacciones una interacción real entre el estudiante, la materia y las experiencias de vida. En una de las sesiones del grupo focal, un estudiante expresó que una de las cosas que más que le impactó fue que no había mucho proceso matemático que era más interpretación de los datos y que esas interpretaciones variaban dependiendo del contexto. Además, enfatizó que se hicieron pocos cálculos matemáticos pero que había aprendido a interpretar diagramas estadísticos. Este tipo de hallazgo está avalado por

el trabajo de Freudenthal (1991) que refuerza la importancia de proveer las herramientas para que el estudiante pueda construir su propio conocimiento, usando el contexto como base para lograr esa construcción de conocimiento. Del mismo modo, Bargagliotti et al. (2020) respaldan este tipo de razonamiento, ya que ellos proponen un aprendizaje estadístico que no esté desconectado, sino que sea activo, investigativo y de interés para el estudiante.

Por otro lado, el que los estudiantes fueran capaces de proveer sugerencias de actividades que se pueden realizar para mejorar la comprensión de conceptos estadísticos es un indicativo de cómo hacer uso del contexto y las situaciones didácticas establecidas por la Educación Matemática Realista. Esas sugerencias de los estudiantes le permiten a los maestros crear actividades que estén atemperadas a sus necesidades e intereses para lograr una enseñanza aplicada a su realidad educativa; que es lo que varios autores en diferentes trabajos (Bargagliotti et al., 2020; Diaz, 2013; Franklin et al., 2007; Garfield & Ben-Zvi, 2007; Moore & Cobb, 1997; Russell & Mokros, 1996; Cobb, 1992; delMas et al., 1999).

La enseñanza del razonamiento estadístico desde una perspectiva relevante y significativa para la vida diaria, como establece la Educación Matemática Realista, promovió la resolución de situaciones didácticas aplicando conceptos matemáticos y justificaciones con datos reales. Las situaciones estadísticas con contextos reales fomentaron la comprensión desde una perspectiva aplicada a la vida real. El utilizar ejemplos reales, fomentó la creación de ejemplos relacionados con temas de interés para los estudiantes; como deportes, videojuegos o redes sociales. Las herramientas de la Educación Matemática Realista facilitaron la contextualización de los conceptos

ayudando a que los estudiantes desarrollen habilidades para formular preguntas estadísticas, tomar decisiones basadas en datos y comunicar las ideas estadísticas de forma efectiva.

Finalmente, los hallazgos encontrados en este estudio y los presentados en la revisión de literatura de esta investigación revelan la importancia de una enseñanza contextualizada y longitudinal desde niveles primarios, para lograr un razonamiento estadístico que permita las aplicaciones a la vida diaria y a la toma de decisiones informada. Esta investigación evidencia la importancia de crear unidades curriculares sobre estadística dentro del currículo de matemáticas e incluso permite considerar la posibilidad de crear currículos de estadística a lo largo de todos los niveles educativos. Esta investigación en acción permite la reflexión sobre el aprendizaje estadístico en diferentes niveles y cómo este puede ayudar a crear espacios donde el contexto y la vida diaria sean protagonistas de ese aprendizaje pertinente para el razonamiento estadístico.

Conclusiones

Los hallazgos de esta investigación según discutido en el capítulo IV y V apoyan las siguientes conclusiones sobre el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio:

1. El desarrollo del razonamiento estadístico en el nivel intermedio se debe continuar estudiando, para lograr un cambio curricular que permita la enseñanza de este desde una perspectiva menos mecanicista y más aplicada a situaciones reales y pertinentes.

2. La implantación de la unidad curricular sobre análisis de datos permitió a los estudiantes participar de una experiencia de aprendizaje que mejoró la comprensión de conceptos estadísticos mediante situaciones de la vida diaria.
3. El diseño de la unidad curricular ha tenido un impacto significativo en la mejora de la comprensión de los estudiantes sobre el razonamiento estadístico, como lo demuestran los resultados de la posprueba.
4. El uso de situaciones didácticas que recomienda el enfoque de la Educación Matemática Realista ayudó a mejorar la comprensión del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel intermedio, según evidenciado en la posprueba.
5. La metodología de enseñanza basada en la Educación Matemática Realista parece ser efectiva en la promoción del razonamiento estadístico entre los estudiantes, ayudándolos a integrar la teoría, la práctica y la vida real.
6. El desarrollo del razonamiento estadístico aumentó significativamente al hacer uso de las situaciones de la vida diaria, el contexto y los datos actuales.
7. A pesar de las mejoras generales, algunos conceptos estadísticos complejos, como los diagramas de caja y bigote y ciertos tipos de muestreo, siguen siendo desafiantes para los estudiantes, por lo cual requieren atención adicional.
8. El uso de diálogos, diagramas y reflexiones durante la implantación curricular benefició la construcción de los conceptos que ayudaron a mejorar el razonamiento estadístico.
9. La creación de la unidad curricular basada en: resultados de la preprueba, intereses de los estudiantes y el enfoque de la Educación Matemática Realista

ayudaron a establecer relaciones, hacer abstracciones y demostrar la comprensión del conocimiento estadístico.

10. La implantación de la unidad curricular ha tenido un impacto significativo en la mejora de la comprensión de razonamiento estadístico entre los estudiantes, como lo demuestran los resultados de la posprueba.
11. Los estudiantes lograron relacionar los conceptos estadísticos con sus actividades diarias y otros campos de conocimiento, lo que sugiere una comprensión más integrada, conectada y aplicada de la estadística.
12. La voz de los estudiantes debe tomarse en consideración para la creación de actividades de su interés y guiarlos a desarrollar ese razonamiento estadístico significativo para solucionar situaciones de la vida diaria. Además, es de vital importancia involucrar a los estudiantes en cada paso de su aprendizaje para lograr ese razonamiento estadístico aplicado y real.

Limitaciones

Como todos los tipos de investigaciones, este caso no es la excepción, ya que la investigación en acción tiene ventajas y limitaciones. Entre las ventajas, los autores Creswell & Guetterman (2019) y Mills (2018), mencionan que es la investigación en acción permite la combinación de diferentes métodos con el fin de fortalecer la investigación. En este caso, esta investigación en acción utiliza una metodología mixta que permite trabajar con problemas específicos que se manifiestan en la clase de clases (Creswell & Guetterman, 2019). Este tipo de investigación genera información valiosa y participativa que se genera en tiempo real en la sala de clases, no obstante, posee limitaciones. Entre las limitaciones se mencionan las siguientes:

1. Los resultados de una investigación en acción no permiten hacer generalizaciones a la población por el tipo de muestreo utilizado. Para esta investigación se realizó un muestreo no probabilístico por conveniencia. Además, la selección de la población y el contexto educativo nos limita a aplicar los hallazgos en otros espacios o situaciones similares.
2. La implantación de la unidad curricular en un espacio real puede traer complicaciones por la logística y los factores externos que existe en espacios educativos. Por ejemplo, en esta investigación durante el proceso de implantación hubo cambios sustanciales en el calendario académico donde hubo días sin clases y periodos de clase cortos que afectan el calendario del proceso de implantación de la unidad curricular.
3. El sesgo del investigador es una posibilidad en este tipo de investigaciones porque el investigador es parte integral del proceso y existe la posibilidad que haya una fusión entre sus perspectivas al momento de realizar la interpretación y análisis de los datos.

Recomendaciones

Esta investigación tuvo como propósito conocer cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada y algorítmica para su desarrollo futuro, desde la implantación de una unidad curricular sobre análisis de datos con el enfoque de la Educación Matemática Realista. Los hallazgos de este trabajo sugieren que se trabaje un enfoque aplicado a las situaciones en contexto como base para crear la fenomenología

didáctica y de esta forma romper con los patrones mecanicistas de la enseñanza estadística actual.

Los hallazgos de esta investigación permiten auscultar la posibilidad de crear currículos estadísticos en todos los niveles educativos para desarrollar el razonamiento estadístico de forma longitudinal y aplicada a situaciones que comienzan en el micro y terminan en el macro. Se proveen las siguientes recomendaciones:

1. Realizar la misma investigación en acción, pero utilizar entrevistas semiestructuradas como técnica de recopilación cualitativa.
2. Expandir la población del estudio con el fin de impactar otros niveles y poder identificar hallazgos similares o nuevos.
3. Implantar la unidad curricular de análisis de datos en otros espacios educativos donde haya estudiantes del nivel intermedio, de esta forma se puede hacer comparaciones entre ambas poblaciones. Se recomienda que esta implantación se haga tomando en consideración las necesidades curriculares del otro espacio educativo seleccionado.
4. Aumentar el tiempo de implantación de la unidad curricular a seis semanas, para incrementar las oportunidades de práctica para conceptos estadísticos complejos como el muestreo y la interpretación de diagramas de caja y bigote, donde se evidenció mayor dificultad de comprensión.
5. Hacer ajustes curriculares en la enseñanza de la estadística desde un punto de vista aplicado a la vida diaria.

6. Mejorar la especificidad de las preguntas en las pruebas para ayudar a los estudiantes a entender mejor lo que se les está preguntando, especialmente en áreas como tipos de muestreo.
7. Continuar utilizando ejemplos y actividades que relacionen la estadística con situaciones de la vida real y áreas de interés de los estudiantes, como deportes y videojuegos, para mejorar la comprensión. De esta forma, crear unidades curriculares atemperadas a estas necesidades e intereses expresadas por estudiantes.
8. Desarrollar actividades que fomenten la evaluación del aprendizaje estudiantil desde un marco reflexivo y abierto al diálogo educativo. Además de, incluir actividades que sean sugeridas por los estudiantes para una mejor comprensión.
9. Fomentar un entorno de aprendizaje donde los estudiantes puedan recibir retroalimentación constante y se promueva la reflexión sobre sus procesos de razonamiento estadístico a lo largo de la unidad curricular.
10. Implementar actividades grupales e interactivas, como dramatizaciones o proyectos pequeños, para facilitar una comprensión más profunda de los conceptos estadísticos mediante la aplicación práctica.
11. Crear actividades que fomenten el desarrollo del razonamiento estadístico desde una perspectiva informada y con el fin de apoyar los procesos investigativos.
12. Comenzar el desarrollo del razonamiento estadístico desde los niveles primarios para lograr un aprendizaje longitudinal y aplicado a situaciones de la vida diaria.
13. Establecer espacios de diálogos entre maestros/as, estudiantes, especialistas y sistemas educativos donde se fomente la importancia del razonamiento

estadístico desde niveles primarios y con un enfoque innovador y de vanguardia educativa.

Estudios futuros

Esta investigación generó preguntas adicionales que pueden ser eje de investigaciones futuras para el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de diferentes niveles académicos. Algunas de estas sugerencias son las siguientes:

1. Estudio dónde se investigue el desarrollo del razonamiento estadístico utilizando enfoques diferentes al utilizado en esta investigación.
2. Estudio longitudinal sobre el aprendizaje de la estadística desde el nivel primario hasta el nivel superior.
3. Estudio para conocer la percepción de los maestros en el dominio del contenido estadístico para lograr su enseñanza.
4. Estudio para conocer la percepción de los futuros maestros sobre la preparación de los futuros maestros en contenido estadístico.
5. Estudio comparativo sobre el aprendizaje estadístico desde diferentes enfoques educativos.
6. Estudio de análisis de contenido sobre el aprendizaje de la estadística en el sistema educativo público y privada de Puerto Rico.
7. Creación de currículos para el aprendizaje de la estadística, más allá de una unidad dentro del currículo.
8. Creación de currículos para el aprendizaje de la estadística atemperados a la realidad escolar.

REFERENCIAS

- Abel, T., & Poling, L. (2015). Hold my calls: an activity for introducing the statistical process. *Teaching Statistics*, 37(3), 96–103.
- Alsina, A. (2011). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. ICE-Horsori.
- Alsina, A., & Annexa, E. (2021). Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización. *Tangram: Revista de Educação Matemática*. 4(1), 71-98. <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i2.14396>
- Álvarez, M. (2014). *Factores que inciden en el bajo rendimiento en matemáticas en las Pruebas Puertorriqueñas de Aprovechamiento Académico desde la perspectiva de los maestros de esta área de enseñanza*. (Disertación no publicada). Universidad del Turabo.
- Amaya, C. (2016). *La interacción individual y grupal, una estrategia para el aprendizaje de la bioestadística en un curso graduado*. (Disertación publicada 10252675) [Disertación doctoral, Universidad de Puerto Rico]. Disertaciones y tesis de ProQuest Global.
- American Educational Research Association, American Psychological Association & National Council on Measurement in Education. (2018). *Estándares para pruebas educativas y psicológicas*. Author.
- American Statistical Association. (2022). *History of the ASA*. American Statistical Association. <https://www.amstat.org/about-asa/history-of-the-asa>
- Arnold, P., & Franklin, C. (2021). What makes a good statistical question? *Journal of Statistics and Data Science Education*, 29(1). 122-130. <https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1877582>

- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1978). *Educational psychology: A cognitive view*. Holt, Rinehart and Wiston.
- Barell, J. (1999). *El aprendizaje basado en problemas: Un enfoque investigativo*. Ediciones Manantial.
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. (2020). *Pre-K – 12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report II: A Framework for Statistics and Data Science Education*. American Statistical Association.
- Bargagliotti, A., Arnold, P., & Franklin, C. (2021). GAISE II: Bringing Data into Classrooms. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 114(6). 424-435. <https://doi.org/10.5951/MTLT.2020.0343>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Grupo de Investigación en Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: componentes y desarrollo. In J. Contreras, G. Cañadas, M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (55-61). Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Benavides, M., & Gómez, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 34(1), 118-124.
- Ben-Zvi, D., Gravemeijer, K. & Ainley, J. (2019). Design of Statistics Learning Environments. In D. Ben-Zvi, K. Makar & J. Garfield (Eds.), *International*

- Handbook of Research in Statistics Education, (473-502). Springer
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02410840/document>
- Boaler, J. (2016). *Mentalidades Matemáticas*. Editorial Sirios, S.A.
- Bradstreet, T. (1996). Teaching introductory statistics courses so that nonstatisticians experience statistical reasoning. *The American Statistician*, 50(1). 69-78.
<https://doi.org/10.2307/2685047>
- Bressan, A., & Zolkower, B. (2006). *Enseñando a didactizar, aprendiendo a matematizar: Ideas y experiencias en torno a la capacitación de docentes. Conferencia*. Reunión de Educación Matemática (REM).
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burril & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School 57 Mathematics Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study*, (57–69). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10
- Cabriá, S. (1994). *Filosofía de la estadística*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia.
- Camarena, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa* 9(46), 15-25.
- Camarena, P. (2017). Didáctica de la matemática en contexto. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, 19(2), 1-26.
<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33804/pdf>
- Cobb, G. (1992). Teaching statistics. In L. Steen (Ed.), *Heeding the call for change: Suggestions for curricular action* (3-43). Mathematical Association of America.

- Colón, H. (2012). *Actitudes de estudiantes universitarios que tomaron cursos introductorios de estadística, y su relación con el éxito académico en la disciplina* (Disertación publicada 3545601) [Disertación doctoral, Universidad de Puerto Rico]. Disertaciones y tesis de ProQuest Global.
- Creswell, J. (2008). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. (3rd ed.). Merrill Prentice Hall.
- Creswell, J. (2015). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. (5th ed). Pearson Education, Inc.
- Creswell, J., & Guetterman, T. (2019). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (6th ed). Pearson Education, Inc.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (3rd ed). Sage Publications, Inc. <https://doi.org/10.4135/9781452230153>
- Davies, N., & Sheldon, N. (2021). Teaching statistics and data science in England's schools. *Teaching Statistics*, 43(1). 52-70. <https://doi.org/10.1111/test.12276>
- delMas, R., Garfield, J., & Chance, B. (1999). A model of classroom research in action: Developing simulation activities to improve students statistical reasoning, *Journal of Statistics Education*, 7(3), 1-16. <https://doi.org/10.1080/10691898.1999.12131279>
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2020). *Estándares de contenido y expectativas de grado de Puerto Rico*. Autor.
- Departamento de Educación de Puerto Rico, Programa de Matemáticas. (2020). *Marco Curricular de Matemáticas*. Autor.

- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2019). *Análisis de los resultados de META-PR*. Autor.
- Díaz, A. (2013). Currículo, escuelas de pensamiento y su expresión en la tensión entre saberes conceptuales y prácticos. *Currículo sem Fronteiras*, 13(3), 346-360.
- Díaz, L., & Careaga, M. (2021). Análisis acerca de la resolución de problemas matemáticos en contexto: estado del arte y reflexiones prospectivas. *Revista Espacios*, 42(1), 131-145. <https://doi.org/10.48082/espacios-a21v42n01p11>
- Elliot, J. (1992). *Action research for educational change: Developing teachers and teaching*. Open University Press.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Schaeffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) Report: A Pre-K-12 curriculum framework*. American Statistical Association.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel Publishing Co.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China Lectures*. Kluwer, Academic Publishers.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.2307/1403713>
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*. 75(3), 372–396. <https://www.jstor.org/stable/41509878>
- García, I., & García, J. (2009). Enseñanza de la estadística y lenguaje: un estudio en bachillerato. *Educación Matemática*, 21(3), 95-126.

- García, V., & Sánchez, E. (2017). Exploring high school students beginning reasoning about significance tests with technology. In E. Galindo & J. Newton (Eds.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (1032-1039). Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.
- Gattuso, L. (2008). Mathematics in a Statistical context? In C. Batanero, G. Burrell, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. Springer.
- Gay, L., Mills, G., & Airasian, P. (2012). *Educational research: Competencies for analysis and applications*. (10th ed). Pearson.
- Giroux, H. (2003). *Pedagogía y política de la esperanza: teoría, cultura y enseñanza: una antología crítica*. (1st ed). Amorrortu.
- Gravemeijer, K., & Terwel, J. (2000) Hans Freudenthal a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 777-796.
- Groth, R. (2015). Working at the boundaries of mathematics education and statistics education communities of practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 4-16. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0004>
- Guzmán, S., & Cuevas, C. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. *Educación Matemática*, 16(2), 93-104.
- Horton, N., & Hardin, J. (2015). Teaching the next generation of statistics students to “Think with Data”: Special Issue on Statistics and the Undergraduate Curriculum.

- The American Statistician*, 69(4). 259-265.
<https://doi.org/10.1080/00031305.2015.1094283>
- Hunt, D. (2014). Secondary Mathematics Curriculum 2014: No Need to panic!.
Mathematics in School, 44(3). 7-9. <https://www.jstor.org/stable/24767752>
- Kader, G., & Mamer, J. (2008). Contemporary curriculum issues: Statistics in the middle grades: Understanding center and spread. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(1). 38-43. <https://doi.org/10.5951/MTMS.14.1.0038>
- Koparan, T. (2015) Difficulties in learning and teaching statistics: teacher views,
International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,
 46(1), 94-104, <https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.941425>
- Lucca, N., & Berrios, R. (2003). *Investigación cualitativa en educación y ciencias sociales*. Publicaciones puertorriqueñas.
- McMillan, J. (2012). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (6th ed).
 Pearson Education.
- McMillan, J., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa*. Pearson Education.
- Mills, G. (2018). *Action research: A guide for the teacher researcher*. (6th ed).
 Pearson/Allyn & Bacon.
- Molina, K. (2018). *Examining the statistical knowledge of prospective and practicing secondary mathematics teachers graduated from UPRM* (Tesis publicada).
 Universidad de Puerto Rico. <https://hdl.handle.net/20.500.11801/1958>
- Moore, D., & Cobb, G. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *American Mathematical Monthly*, 104(9). 801–823. <https://doi.org/10.2307/2975286>
- Morgan, D. (1997). *Focus groups as qualitative research*. Stage.

- Muñiz, L., Rodríguez, L., & Alsina, A. (2020). Deficits in the statistical and probabilistics literacy of citizens: Effects in a World in Crisis. *Mathematics*, 8(11), 1-20.
<https://doi.org/10.3390/math8111872>
- Murillo, F. (2014). *La actitud hacia la estadística y el nivel de conocimientos básicos en estadística en los estudiantes en proceso de formación docente en el año 2013* (Disertación no publicada). Universidad San Martín de Porres. Instituto para la Calidad de la Educación.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.
- Novo, M., Encinas, M., & Cuida, A. (2021). Un acercamiento a la sostenibilidad desde la Educación Matemática Realista en un aula infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 9(2), 37-50.
- Ortiz, A. (2009). *Diseño y Evaluación Curricular*. (9th ed.) Editorial Edil.
- Ornstein, A., & Hunkins, F. (2009). *Curriculum: Foundations, principles, and issues* (5th ed). Pearson Education.
- Ottaviani, M. (2005). Research into statistics education as a discipline. *International Statistics Review*, 73(2), 207-209. <https://www.jstor.org/stable/25472656>
- Parra, H. (2013). Claves para la contextualización de la matemática en la acción docente. *Omnia*, 19(3), 74-85.
- Peng, R., Chen, A., Bridgeford, E., Leek, J., & Hicks, S. (2021). Diagnosing data analytic problems in the classroom. *Journal of Statistics and Data Science Education*, 29(3), 267-276, <https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1971586>
- Perkins, D. (1992). *Smart school*. Basic Books.

- Quintero, A. (2010). *Matemática con sentido: Aprendizaje y enseñanza*. Editorial de la Universidad de Puerto Rico.
- Ramos, A., & Font, V. (2006). Contexto y contextualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. *Matemáticas y su didáctica*, 20(4), 535-556.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, 1(1), 275-294.
- Ridgway, J. (2016). Implications of the data revolution for statistics education. *International Statistical Review*, 84(3), 528-549.
<https://doi.org/10.1111/insr.12110>
- Russell, S., & Mokros, J. (1996). Research into practice: What do children understand about average?. *Teaching Children Mathematics*, 2(6), 360-364.
<https://doi.org/10.5951/TCM.2.6.0360>
- Ryan, M. (2012). The pedagogical balancing act: Teaching reflection in higher education. *Teaching in Higher Education*, 18(2), 1-12.
<https://doi.org/10.1080/13562517.2012.694104>
- Schau, C. (2000). Survey of attitudes toward statistics. In J. Maltby, C. Lewis, & A. Hill (Eds.) *Commissioned Reviews on 250 Psychological Tests*, (898-901). Edwin Mellen Press.
- Scheaffer, R. (2000). Statistics for a new century. In M. Burke, & F. Curcio (Eds.), *Learning mathematics for a new century*, (158-173). NCTM.
- Scheaffer, R., Tabor, J., & Hirsch, C. (2008). Contemporary curriculum issues: Statistics in the High School Mathematics Curriculum: Building sound reasoning under

- uncertain conditions. *The Mathematics Teacher*, 102(1), 56-61.
<https://www.jstor.org/stable/20876275>
- Schoenfeld, A. (2000). Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(6), 641-649.
https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_22
- Shaughnessy, J. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester, (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (957-1009). National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, C., & Kenlan, K. (2016). Invention activities support statistical reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 21(6), 358-363.
<https://doi.org/10.5951/mathteachmidscho.21.6.0358>
- Snee, R. (1993). What's missing in Statistical Education? *The American Statistician*. 47(2), 149-154. <https://doi.org/10.2307/2685201>
- Steen, L. (2001). *Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy*. National Council on Education and the Disciplines. Princeton.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Contus.
- Stringer, E. (2008). *Action research in education*. Pearson Prentice Hall.
- Tarim, K., & Kütküt, H. (2021). The effect of Realistic Mathematics Education on middle school students' mathematics achievement. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 50(2), 1305-1328. <https://doi.org/10.14812/cuefd.933461>

- Tolboom, J. (2012). *The potential of a classroom network to support teacher feedback: a study in statistics education* (Tesis no publicada). University of Gornigen.
<https://doi.org/10.33612/diss.14566050>
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics education: The Wiskobas Project*. Reidel.
- Ty, W., & Snyder, M. (2017). Developing conceptual understanding in a statistics course: Merrill's First Principles and real data at work. *Educational Technology Research and Development*, 65(3), 579-595 <https://www.jstor.org/stable/i40213467>
- Van Dijke-Droogers, M., Drijvers, P., & Tolboom, J. (2017). Enhancing statistical literacy. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME10). DCU Institute of Education & ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01927707/document>
- Villaraga, M. (2019). *Dominio afectivo en Educación Matemática: el caso de actitudes hacia la estadística en estudiantes colombianos* (Disertación no publicada). Universidad de Córdoba.
- Weiland, T. (2017). What contextualized situations are made available to students use statistics in mathematics texts? In E. Galindo, & J. Newton, (eds). (2017). *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (1068-1071). Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.
- Yuanita, P., Zulnaidi, H., & Zakaria, E. (2018). The effectiveness of Realistic Mathematics Education approach: The role of mathematical representation as

mediator between mathematical belief and problem solving. *PLOS ONE*, 13(9), 1-20. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0204847>

Yin, R. (2016). *Qualitative research from start to finish*. The Guilford Press.

Zamora, P. (2013). *La contextualización de las matemáticas* (Disertación Publicada). Universidad de Almería.

APÉNDICES

APÉNDICE A

A. HOJA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO



DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS GRADUADOS
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO, RECINTO DE RÍO PIEDRAS, FACULTAD DE EDUCACIÓN

HOJA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRE, MADRE O ENCARGADO

DISERTACIÓN DOCTORAL

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje

Su hijo/hija está invitado/a a participar en la investigación titulada: **El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje**. Esta investigación la lleva a cabo Patricia R. Mattei Ramos, estudiante de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras como requisito para obtener el grado doctoral en Currículo y Enseñanza en Educación Matemática. El propósito de esta investigación es indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte algorítmica, contextualizada y aplicada para su desarrollo futuro. La investigación pretende levantar información que ayude a lograr una enseñanza contextualizada de los conceptos estadísticos útiles en la toma de decisiones.

Versión: 25 de marzo de 2023

A continuación, se provee información sobre la investigación de manera que pueda tomar una decisión donde autorice o no autorice la participación de su hijo o hija. En esta investigación se espera la participación de manera voluntaria de treinta (30) estudiantes de séptimo grado de la escuela en la que estudia su hijo o hija. La participación o no participación de su hijo o hija no tendrá ningún efecto en la nota, ni en su tiempo lectivo. Todos las/los estudiantes realizarán las actividades como parte del curso, sin embargo, aquellos que autoricen su participación en la investigación completarán la preprueba y la posprueba, además podrían ser seleccionados de manera aleatoria para participar de un grupo focal con tres sesiones. Las sesiones del grupo focal serán grabadas utilizando una grabadora de voz digital y cada sesión tendrá una duración de 30 a 45 minutos. Las sesiones del grupo focal serán transcritas por Patricia Mattei Ramos. Estas sesiones serán programadas fuera del horario escolar e informadas con anticipación. De no poder asistir no serán penalizados, ni afectará su nota de la clase. El participar del estudio le tomará al estudiante cinco horas fuera del horario escolar para la participación en las sesiones de grupo focal, la preprueba y la posprueba.

Riesgos y beneficios

La investigación se llevará a cabo en la sala de clases y los riesgos asociados son mínimos para las/los participantes. Su hijo o hija podría sentirse incómodo o incomoda al momento de contestar alguna pregunta durante la dinámica de grupo focal. El/la participante tiene derecho a no contestar las preguntas que le causen incomodidad o dejar de participar cuando lo desee. No existen beneficios directos para el/la participante, aunque la investigación tiene como beneficio documentar por medio

de prácticas innovadoras el desarrollo del razonamiento estadístico. Al exponer a los/las participantes al proceso investigativo mediante situaciones contextuales se explorarán, crearán y desarrollarán ideas para mejorar el aprendizaje del razonamiento estadístico. Además, se espera que los hallazgos de esta investigación brinden información relevante para el diseño de estrategias innovadoras en la unidad sobre análisis de datos. Esta investigación no conlleva beneficios directos para los participantes.

Confidencialidad

La identidad de las/los participantes será protegida. La copia del consentimiento informado que firma el/la participante será archivada bajo llave en la residencia de la investigadora. Solo la investigadora principal Patricia R. Mattei Ramos y la supervisora Dra. Claudia X. Alvarez Romero tendrán acceso directo a los datos crudos. Para efectos de análisis y documentación se utilizarán los datos agregados y no se hará referencia a ningún estudiante en particular. En el caso de las transcripciones de la conversación del grupo focal, la persona a cargo no sabrá de quien se trata, ya que durante la conversación el/la participante no tiene que identificarse porque las entrevistas serán realizadas por la investigadora. La investigadora no puede garantizar que la información compartida en los grupos focales no sea revelada por los participantes. Para la publicación de la investigación, en caso de ser estrictamente necesario hacer referencia a algún detalle, solo se utilizarán seudónimos. En relación con el almacenamiento de la información, los documentos relacionados a la investigación estarán en un archivo bajo llave por un periodo de tres años en la residencia de la investigadora. Al cumplirse los tres años de almacenamiento, los

documentos serán triturados y destruidos, mientras que las grabaciones de audio serán borradas y eliminadas. Del mismo modo, el banco de datos y las transcripciones serán guardadas de forma permanente sin identificadores. Oficiales del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico o de agencias federales responsables de velar por la integridad de la investigación podrían requerir a la investigadora los datos obtenidos en este estudio, incluyendo este documento.

Derechos

Si ha leído este documento, es importante que conozca que la decisión de participar de su hijo o hija es completamente voluntaria y que este tiene derecho a abstenerse de participar o retirarse del estudio en cualquier momento, sin ninguna penalidad incluyendo que se vea afectada la nota del curso de Matemáticas.

Al culminar la investigación, los resultados estarán disponibles para su estudio en la base de datos de la Biblioteca General de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, en la Biblioteca Gerardo Selles Sola de la Facultad de Educación y por medio de esta servidora.

Los derechos de su hijo o hija como participante han sido explicados a través de este documento. Si tiene alguna pregunta, duda o desea más información sobre esta investigación por comuníquese con Patricia R. Mattei Ramos al correo electrónico patricia.mattei@upr.edu o con la Dra. Claudia X. Alvarez Romero al correo electrónico claudia.alvarez1@upr.edu, o su teléfono institucional (787) 764-0000 extensión 89239. De tener alguna pregunta sobre sus derechos como participante o una reclamación o queja relacionada con su participación en este estudio puede comunicarse con la

Oficial de Cumplimiento del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico, al teléfono (787) 764-0000 extensión 86773 o al correo electrónico cipshi.degi@upr.edu.

De usted -como madre, padre o encargado/a- estar de acuerdo con la participación de su hijo o hija en esta investigación, por favor marque con una X en el espacio que indique su decisión, complete la información requerida, firme y devuelva el documento

Favor de firmar y marcar con una X en el espacio que indique su decisión.

_____ **Autorizo** que mi hijo o hija participe en la investigación.

_____ **Autorizo** que mi hijo o hija participe del grupo focal y pueda ser grabado en audio.

_____ **No autorizo** que mi hijo o hija participe del grupo focal y pueda se grabado en audio.

Nombre del padre, madre o encargado/a

Nombre de el/la estudiante

Firma de madre, padre o encargado/a

Fecha

El contenido de esta hoja de consentimiento fue discutido con el/la arriba firmante.

Patricia R. Mattei Ramos, Investigadora

Fecha

APÉNDICE B

B. HOJA DE ASENTIMIENTO



DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS GRADUADOS
UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO, RECINTO DE RÍO PIEDRAS, FACULTAD DE EDUCACIÓN

HOJA DE ASENTIMIENTO INFORMADO PARTICIPANTE

DISERTACIÓN DOCTORAL

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje

Te invito a participar de la investigación en acción titulada: **El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje**. Esta investigación es llevada a cabo por Patricia R. Mattei Ramos. Estudiante de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras. El propósito de esta investigación es indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte algorítmica, contextualizada y aplicada para su desarrollo futuro. Tu participación consiste en realizar la preprueba y posprueba, además podrías ser seleccionado de manera aleatoria para participar de las tres sesiones del grupo focal. Durante el grupo focal podrás dialogar con otros compañeros sobre la experiencia en este proceso. La investigación pretende levantar información que ayude a lograr una enseñanza contextualizada de los conceptos estadísticos útiles en la toma de decisiones.

Versión: 25 de marzo de 2023

Riesgos y beneficios

La investigación se llevará a cabo en la sala de clases y los riesgos asociados son mínimos para las/los participantes. Usted podría sentirse incómodo o incomoda al momento de contestar alguna pregunta durante la dinámica de grupo focal, por lo cual tiene derecho a no contestar las preguntas que le causen incomodidad o dejar de participar cuando lo desee. No existen beneficios directos para el/la participante, aunque la investigación tiene como beneficio documentar por medio de prácticas innovadoras el desarrollo del razonamiento estadístico. Además, se espera que los hallazgos de esta investigación brinden información relevante para el diseño de estrategias innovadoras en la unidad sobre análisis de datos.

Confidencialidad

La identidad de las/los participantes será protegida. La copia del consentimiento informado que firma el/la participante será archivada bajo llave en la residencia de la investigadora. Solo la investigadora principal Patricia R. Mattei Ramos y la directora de disertación Dra. Claudia X. Alvarez Romero tendrán acceso directo a los datos crudos. Para efectos de análisis y documentación no se hará referencia a ningún participante en particular. En el caso de las transcripciones de la conversación del grupo focal, la persona a cargo no sabrá de quien se trata, ya que durante la conversación el/la participante no tiene que identificarse porque las entrevistas serán realizadas por la investigadora. La investigadora no puede garantizar que la información compartida en los grupos focales no sea revelada por los participantes. Para la publicación de la investigación, en caso de ser estrictamente necesario hacer referencia a algún detalle, solo se utilizarán seudónimos. En relación con el almacenamiento de la información, los

documentos relacionados a la investigación estarán en un archivo bajo llave por un periodo de tres años en la residencia de la investigadora. Al cumplirse los tres años de almacenamiento, los documentos serán triturado y reciclados, mientras que las grabaciones de audio serán borradas. Del mismo modo, el banco de datos y las transcripciones serán guardadas de forma permanente sin identificadores. Oficiales del Recinto de Río Piedras de la Universidad de Puerto Rico o de agencias federales responsables de velar por la integridad de la investigación podrían requerir a la investigadora los datos obtenidos en este estudio, incluyendo este documento.

Tu participación en la investigación es voluntaria, si aceptas participar firma en el documento para dar inicio a la investigación. No obstante, si deseas no participar tu nota en la clase de Matemáticas no se verá afectada.

Nombre de el/la estudiante Firma de el/la estudiante Fecha

Discutí el contenido de esta hoja de asentimiento con el/la arriba firmante.

Patricia R. Mattei Ramos – Investigadora Fecha

APÉNDICE C

C. PROTOCOLO DE PREGUNTAS PARA GRUPO FOCAL

PROTOCOLO DE PREGUNTAS PARA GRUPO FOCAL

INVESTIGACIÓN

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje
(Patricia R. Mattei Ramos, 2022)

PRIMERA SESIÓN

Fecha:	•
Lugar:	•
Hora	•
Duración:	•

Participantes	
Moderadora:	•
Participantes:	•
	•
	•
	•
	•
	•
	•
	•

Preparación previa a todas las sesiones del grupo focal
<ul style="list-style-type: none"> • Seleccionar un lugar que tenga un ambiente apropiado (temperatura, claridad, espacio) y que los estudiantes conozcan. Los posibles lugares son: biblioteca escolar, salón audiovisual, salón 108, salón 301. • Organizar el lugar donde se llevará a cabo el grupo focal.

- a. Rotular la puerta de entrada para beneficio de las/los estudiantes que van a participar del grupo focal. Asimismo, notificar del grupo focal para evitar interrupciones externas.
- b. Organizar las sillas en forma circular, de manera que todos los/las participantes estén a la misma distancia y visibilidad.
- c. Ubicar la grabadora en un espacio equidistante de todos los/las participantes.
- d. Realizar prueba de sonido con el equipo de grabación.

Objetivos

- Explorar las concepciones que tienen las/los estudiantes sobre los conceptos estadísticos.
- Explorar las concepciones que tienen las/los estudiantes sobre la relación entre la estadística y el mundo real.

Inicio – Grupo focal

Al inicio del grupo focal, la investigadora:

- Se presentará ante las/los participantes del grupo focal y se agradecerá su participación en el mismo.
- Preguntará a cada participante el nombre y verificará si hizo entrega de las hojas de sentimiento y consentimiento.
- Explicará de forma sencilla el propósito de la investigación y la importancia de su participación en las tres sesiones del grupo focal.
- Explicará detalladamente y de forma sencilla los objetivos de la primera sesión del grupo focal, así como las reglas del grupo focal.
- Explicará la importancia de que no hay respuestas correctas ni incorrectas a cada pregunta.
- Enfatizará que todas las sesiones del grupo focal serán grabadas mediante audio y se mantendrán en estricta confidencialidad.
- Explicará que solo tendrán acceso a los datos crudos la investigación y su comité de disertación.

- Informará sobre el uso de seudónimos al momento de la transcripción y en todos los documentos que se utilicen.

Preguntas guías

- **Pregunta de apertura**
 - a. ¿Qué significa para ustedes las estadísticas?
 - b. De acuerdo con tu definición de estadística, ¿existe alguna relación entre las estadísticas y la vida diaria? ¿Explica cómo se relacionan las estadísticas con la vida diaria?
- **Preguntas introductorias**
 - a. Piensa en actividades que haces diariamente, ¿consideras que hay estadísticas envueltas en esas actividades? Explica tu respuesta.
- **Preguntas claves**
 - a. ¿Qué conceptos de la preprueba habías escuchado anteriormente? ¿Dónde lo habías escuchado? Puedes dar un ejemplo de la vida diaria donde se trabaje ese concepto.
 - b. ¿Qué conceptos de la preprueba no habías escuchado anteriormente? ¿Qué crees que significan o con qué se relacionan esos conceptos que no habías escuchado?
- **Preguntas de cierre**
 - a. Si tuvieran la oportunidad de crear actividades que trabajen con la estadística, ¿qué actividades crearían?
 - b. ¿Tienes algo más que decir sobre las estadísticas?

Cierre – Grupo focal

- Se aclaran dudas o preguntas que le surjan a las/los participantes.
- Se les indica que estarán recibiendo por correo electrónico la fecha, hora y lugar para la segunda sesión del grupo focal.
- Se les agradece el tiempo y la colaboración a las/los participantes en esta primera sesión del grupo focal.

PROTOCOLO DE PREGUNTAS PARA GRUPO FOCAL

INVESTIGACIÓN

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje
(Patricia R. Mattei Ramos, 2022)

SEGUNDA SESIÓN

Fecha:	•
Lugar:	•
Hora	•
Duración:	•

Participantes	
Moderadora:	•
Participantes:	•
	•
	•
	•
	•
	•
	•
	•

Preparación previa al grupo focal
<ul style="list-style-type: none"> • Seleccionar un lugar que tenga un ambiente apropiado (temperatura, claridad, espacio) y que los estudiantes conozcan. Los posibles lugares son: biblioteca escolar, salón audiovisual, salón 108, salón 301. • Organizar el lugar donde se llevará a cabo el grupo focal.

- a. Rotular la puerta de entrada para beneficio de las/los estudiantes que van a participar del grupo focal. Asimismo, notificar del grupo focal para evitar interrupciones externas.
 - b. Organizar las sillas en forma circular, de manera que todos los/las participantes estén a la misma distancia y visibilidad.
 - c. Ubicar la grabadora en un espacio equidistante de todos los/las participantes.
- Realizar prueba de sonido con el equipo de grabación.

Objetivos

- Explorar las concepciones que desarrollan las/los estudiantes durante la implantación de la unidad curricular sobre los conceptos estadísticos.
- Explorar las concepciones que desarrollan las/los estudiantes durante la implantación de la unidad curricular sobre la relación entre la estadística y el mundo real.

Inicio – Grupo focal

Al inicio del grupo focal, la investigadora:

- Se presentará ante las/los participantes del grupo focal y se agradecerá su participación en el mismo.
- Repasará de forma sencilla el propósito de la investigación y la importancia de su participación en las tres sesiones del grupo focal.
- Explicará detalladamente y de forma sencilla los objetivos de la segunda sesión del grupo focal.
- Repasará las reglas e instrucciones básicas del grupo focal.
- Explicará la importancia de que no hay respuestas correctas ni incorrectas a cada pregunta.
- Recordará que todas las sesiones del grupo focal serán grabadas mediante audio y se mantendrán en estricta confidencialidad.
- Explicará que solo tendrán acceso a los datos crudos la investigación y su comité de disertación.

- Informará sobre el uso de seudónimos al momento de la transcripción y en todos los documentos que se utilicen.

Preguntas guías

- **Pregunta de apertura**
 - a. Al momento, ¿qué conceptos se han trabajado en clase sobre la unidad de estadística?
- **Preguntas introductorias**
 - a. Teniendo en cuenta lo que se ha discutido hasta el momento, ¿cuáles han sido los conceptos que te resultaron con menor dificultad para comprender?
 - b. Teniendo en cuenta lo que se ha discutido hasta el momento, ¿cuál o cuáles han sido los conceptos que te resultaron con mayor dificultad para comprender?
- **Preguntas claves**
 - a. ¿Qué sugerencias para comprender mejor los conceptos que te generaron menor dificultad?
 - b. ¿Qué sugerencias para comprender mejor los conceptos que te generaron mayor dificultad?
 - c. De los conceptos discutidos, provee ejemplos de situaciones de la vida diaria dónde se puede aplicar el concepto trabajado en clase.
 - d. ¿Qué opinas sobre las actividades que se han realizado en clase para trabajar los conceptos?
- **Preguntas de cierre**
 - a. Si les diera la oportunidad de crear actividades que trabajen los conceptos dados, ¿qué actividades crearían?
 - b. ¿Tienes algo más que decir sobre los conceptos que se han trabajado hasta el momento?

Cierre – Grupo focal

- Se aclaran dudas o preguntas que le surjan a las/los participantes.
- Se les indica que estarán recibiendo por correo electrónico la fecha, hora y lugar para la tercera sesión del grupo focal.
- Se les agradece el tiempo y la colaboración a las/los participantes en esta segunda sesión del grupo focal.

PROTOCOLO DE PREGUNTAS PARA GRUPO FOCAL

INVESTIGACIÓN

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje
(Patricia R. Mattei Ramos, 2022)

TERCERA SESIÓN

Fecha:	•
Lugar:	•
Hora	•
Duración:	•

Participantes	
Moderadora:	•
Participantes:	•
	•
	•
	•
	•
	•
	•
	•
Preparación previa al grupo focal	
<ul style="list-style-type: none"> • Seleccionar un lugar que tenga un ambiente apropiado (temperatura, claridad, espacio) y que los estudiantes conozcan. Los posibles lugares son: biblioteca escolar, salón audiovisual, salón 108, salón 301. • Organizar el lugar donde se llevará a cabo el grupo focal. <ol style="list-style-type: none"> a. Rotular la puerta de entrada para beneficio de las/los estudiantes que van a participar del grupo focal. Asimismo, notificar del grupo focal para evitar interrupciones externas. 	

- b. Organizar las sillas en forma circular, de manera que todos los/las participantes estén a la misma distancia y visibilidad.
 - c. Ubicar la grabadora en un espacio equidistante de todos los/las participantes.
- Realizar prueba de sonido con el equipo de grabación.

Objetivos

- Explorar las concepciones que desarrollan las/los estudiante luego de la implantación de la unidad curricular sobre los conceptos estadísticos.
- Explorar las concepciones que desarrollan las/los estudiante luego de la implantación de la unidad curricular sobre la relación entre la estadística y el mundo real.

Inicio – Grupo focal

Al inicio del grupo focal, la investigadora:

- Se presentará ante las/los participantes del grupo focal y se agradecerá su participación en el mismo.
- Repasará de forma sencilla el propósito de la investigación y la importancia de su participación en las tres sesiones del grupo focal.
- Explicará detalladamente y de forma sencilla los objetivos de la segunda sesión del grupo focal.
- Repasará las reglas e instrucciones básicas del grupo focal.
- Explicará la importancia de que no hay respuestas correctas ni incorrectas a cada pregunta.
- Recordará que todas las sesiones del grupo focal serán grabadas mediante audio y se mantendrán en estricta confidencialidad.
- Explicará que solo tendrán acceso a los datos crudos la investigación y su comité de disertación.
- Informará sobre el uso de seudónimos al momento de la transcripción y en todos los documentos que se utilicen.

Preguntas guías

- **Pregunta de apertura**
 - a. ¿Qué conceptos estadísticos se trabajaron durante la unidad de estadística?
- **Preguntas introductorias**
 - a. ¿Consideras que comprendes todos los conceptos trabajados en la posprueba?
- **Preguntas claves**
 - a. ¿Cuál es el concepto estadístico trabajado que mejor comprendes?
 - b. ¿Cuál es el concepto estadístico trabajado que te genera más duda?
 - c. ¿Qué sugieres para comprender mejor los conceptos que te generaron mayor dificultad?
 - d. ¿Qué opinas sobre las actividades que se realizaron en clase para trabajar los conceptos?
 - e. ¿Qué otro tipo de actividades te hubiese gustado realizar para trabajar los conceptos?
- **Preguntas de cierre**
 - a. ¿Cómo tu participación ayudó a una mejor comprensión de los conceptos estadísticos?
 - b. ¿Tienes algo más que decir en relación con el proyecto educativo en el que participaste?

Cierre – Grupo focal

- Se aclaran dudas o preguntas que le surjan a las/los participantes.
- Se les indica que esta es la última sesión del grupo focal.
- Se les agradece el tiempo y la colaboración a las/los participantes durante todas las sesiones del grupo focal.

APÉNDICE D

D. COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI)

COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI PROGRAM)
COMPLETION REPORT - PART 1 OF 2
COURSEWORK REQUIREMENTS*

* NOTE: Scores on this Requirements Report reflect quiz completions at the time all requirements for the course were met. See list below for details. See separate Transcript Report for more recent quiz scores, including those on optional (supplemental) course elements.

- **Name:** Patricia Mattei Ramos (ID: 7573911)
- **Institution Affiliation:** Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras (ID: 2377)
- **Institution Email:** patricia.mattei@upr.edu
- **Institution Unit:** Escuela Secundaria de la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras
- **Phone:** 9394006100

- **Curriculum Group:** Investigaciones psicológicas, sociales o educativas
- **Course Learner Group:** Same as Curriculum Group
- **Stage:** Stage 1 - Stage 1

- **Record ID:** 43610760
- **Completion Date:** 25-Jul-2022
- **Expiration Date:** 24-Jul-2027
- **Minimum Passing:** 80
- **Reported Score*:** 100

REQUIRED AND ELECTIVE MODULES ONLY	DATE COMPLETED	SCORE
Historia y principios éticos (ID: 1478)	25-Jul-2022	5/5 (100%)
Poblaciones de investigación que exigen consideraciones o protecciones adicionales (ID: 19563)	25-Jul-2022	5/5 (100%)
Investigación con registros (ID: 1490)	25-Jul-2022	3/3 (100%)
Cómo evitar daños grupales: perspectivas de investigación en los EE. UU. (ID: 1719)	25-Jul-2022	3/3 (100%)
Evaluación de riesgo en investigaciones en ciencias sociales y del comportamiento (ID: 1716)	25-Jul-2022	5/5 (100%)
Privacidad y confidencialidad - Ciencias sociales, de la conducta y la educación (ID: 16465)	25-Jul-2022	5/5 (100%)
Ética en la publicación de los resultados de la investigación (ID: 1717)	25-Jul-2022	6/6 (100%)
Investigación con mujeres (ID: 1755)	25-Jul-2022	3/3 (100%)
Investigación que involucra a presos (ID: 1482)	25-Jul-2022	4/4 (100%)

For this Report to be valid, the learner identified above must have had a valid affiliation with the CITI Program subscribing institution identified above or have been a paid Independent Learner.

Verify at: www.citiprogram.org/verify/?ka33bbab5-a3f6-4222-adff-4cda2700e5f0-43610760

Collaborative Institutional Training Initiative (CITI Program)

Email: support@citiprogram.org

Phone: 888-529-5929

Web: <https://www.citiprogram.org>



Completion Date 25-Jul-2022
Expiration Date 24-Jul-2027
Record ID 43610760

This is to certify that:

Patricia Mattei Ramos

Has completed the following CITI Program course:

Not valid for renewal of
certification through CME.

Investigaciones psicológicas, sociales o educativas

(Curriculum Group)

Investigaciones psicológicas, sociales o educativas

(Course Learner Group)

1 - Stage 1

(Stage)

Under requirements set by:

Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

Verify at www.citiprogram.org/verify/?w1b4cbe3c-8b16-4f10-b362-e67860641396-43610760

APÉNDICE E

**E. COMITÉ INSTITUCIONAL PARA LA PROTECCIÓN DE SERES HUMANOS
EN LA INVESTIGACIÓN (CIPSHI)**

Autorización CIPSHI # 2223-121

RRP-Proyecto CIPSHI <cipshi.degi@upr.edu>

Mar 22/08/2023 14:18

Para: Patricia Mattei Ramos <patricia.mattei@upr.edu>

CC: CLAUDIA X. ALVAREZ ROMERO <claudia.alvarez1@upr.edu>

Patricia R. Mattei Ramos

Estimada señora Mattei:

Las condiciones establecidas por el Comité Institucional para la Protección de los Seres Humanos en la Investigación (CIPSHI) para autorizar el protocolo *El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje (#2223-121)* se cumplieron apropiadamente.

Por lo tanto, el protocolo está aprobado.

Recuerde conservar copia de los documentos de su protocolo, especialmente de la hoja de consentimiento o asentimiento informado. La versión de la hoja de consentimiento o asentimiento aprobada por el CIPSHI es la que debe reproducir y entregar a las personas participantes de la investigación.

*Cualquier **modificación** posterior a esta autorización requerirá la consideración y reautorización del CIPSHI. Además, debe notificar cualquier incidente adverso o no anticipado que implique a los sujetos o participantes. Al finalizar la investigación, por favor envíe el formulario [Notificación de Terminación de Protocolo](#).*

Le deseamos éxito.

Atentamente,

Myriam L. Vélez Galván, MA
Oficial de Cumplimiento
Decanato de Estudios Graduados e Investigación
Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras
18 Ave. Universidad STE 1801
San Juan PR 00925-2512
Email: cipshi.degi@upr.edu
787-764-0000, Ext. 86773
Webpage CIPSHI: <http://graduados.uprrp.edu/cipshi/>

**UPRRP** LA IUPI

Autorización enmienda protocolo #2223-121

RRP-Proyecto CIPSHI <cipshi.degi@upr.edu>

Jue 05/10/2023 15:54

Para: Patricia Mattei Ramos <patricia.mattei@upr.edu>

CC: CLAUDIA X. ALVAREZ ROMERO <claudia.alvarez1@upr.edu>

Patricia R. Mattei Ramos

Estimada señora Mattei:

Verificamos administrativamente la solicitud de enmienda en el protocolo *El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la Educación Matemática Realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje (#2223-121)*.

Este cambio es uno que no altera el protocolo según aprobado por el Comité Institucional para la Protección de los Seres Humanos en la Investigación (CIPSHI). Por lo tanto, puede incorporarlo y proceder con su investigación.

Cualquier modificación del protocolo requerirá consideración y reautorización del CIPSHI. Al finalizar la investigación, por favor, envíe el formulario [Notificación de Terminación de Protocolo](#).

Le deseamos éxito.

Atentamente,

Myriam L. Vélez Galván, MA

Oficial de Cumplimiento

Decanato de Estudios Graduados e Investigación

Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras

18 Ave. Universidad STE 1801

San Juan PR 00925-2512

Email: cipshi.degi@upr.edu

787-764-0000, Ext. 86773

Webpage CIPSHI: <http://graduados.uprrp.edu/cipshi/>



UPRRP LA IUPI

APÉNDICE F

F. CALENDARIO ESQUEMÁTICO

Calendario esquemático

Título: Conectando el análisis de datos y el mundo real

Materia: Matemáticas

Grado: 7mo

<p>Actividad 1 Preprueba</p> <p>Duración: una sesión de 60 minutos</p>	<p>Grupo focal Primera sesión Reflexión inicial</p> <p>Duración: 45 a 60 minutos</p>	<p>Actividad 2 Identificando la situación estadística problemática</p> <p>Conceptos: Estadística, Ciclo estadístico, Población y Muestra</p> <p>Duración: dos sesiones de 90 minutos</p> <p>Uso de la página del censo de Puerto Rico.</p>
<p>Actividad 3 Trabajando con la población, muestra y muestreo de la situación estadística</p> <p>Conceptos: Población, Muestra, Muestra representativa, Muestra no representativa, Muestreo, Muestreo probabilístico, Muestreo no probabilístico</p> <p>Duración: dos sesiones de 90 minutos y una sesión de 60 minutos</p>	<p>Actividad 4 ¿Cuáles son las variables de mi situación estadística?</p> <p>Conceptos: Variable independiente y dependiente, Variable cualitativa, Variable cuantitativa</p> <p>Duración: una sesión de 90 minutos</p>	<p>Actividad 5 Plan para recopilar y organizar los datos</p> <p>Conceptos: Datos, Recopilar datos, Tabla de frecuencias</p> <p>Duración: una sesión de 90 minutos</p>

<p>Grupo focal Segunda sesión</p> <p>Duración: 45 a 60 minutos</p>	<p>Actividad 6 Analizando datos descriptivos</p> <p>Conceptos: Medidas de centralización: Moda, Mediana y Media aritmética, Valor atípico</p> <p>Duración: dos sesiones de 90 minutos y una sesión de 60 minutos</p> <p>Uso de la página de Censo PR, Estadísticas de Puerto Rico y Departamento de Salud de Puerto Rico.</p>	<p>Actividad 7 Graficando el análisis de datos</p> <p>Conceptos: Gráfica de barras, Diagrama de caja y bigote, Rango, Rango intercuartil, Cuartil inferior, Cuartil superior, Escalas</p> <p>Duración: una sesión de 90 minutos y una sesión de 60 minutos</p> <p>Uso de la página de Censo PR, Estadísticas de Puerto Rico y Departamento de Salud de Puerto Rico.</p>
<p>Actividad 8 Más allá del análisis de resultados</p> <p>Conceptos: Hallazgos, Conclusiones, Interpretaciones, Proyecciones</p> <p>Duración: Una sesión de 90 minutos</p> <p>Uso de la página de Censo PR, Estadísticas de Puerto Rico y Departamento de Salud de Puerto Rico.</p>	<p>Actividad 9 Posprueba</p> <p>Duración: una sesión de 60 minutos</p>	<p>Grupo focal Tercera sesión Reflexión final</p> <p>Duración: 45 a 60 minutos</p>

APÉNDICE G

G. UNIDAD CURRICULAR

Unidad curricular: Conectando el análisis de datos y el mundo real

Estándar: Análisis de datos y estadística

Tiempo estimado: 20 horas

Descripción de la unidad curricular

La unidad curricular “Conectando el análisis de datos y el mundo real” sobre análisis de datos tiene como propósito desarrollar en estudiantes del séptimo grado razonamiento estadístico. En esta unidad curricular se utiliza como marco teórico la Educación Matemática Realista y guiados por el proceso investigativo estadístico de Bargagliotti et al. (2020). Se espera que los estudiantes, utilizando las situaciones didácticas, puedan lograr la matematización.

El proceso de matematización enfatiza el reconocer las características esenciales, descubrir las características comunes, ejemplificar ideas generales y atender situaciones problemáticas (Freudenthal, 1991). En su forma más simple, se puede decir que la matematización horizontal ocurre cuando una situación de la vida diaria se transforma en una situación matemática, mientras que la matematización vertical se logra cuando hay un proceso de reflexión, esquematización y generalización para lograr la formalización matemática (Freudenthal, 1991).

Esta unidad curricular se enfoca en el uso de las herramientas contextuales de la Educación Matemática Realista para lograr el aprendizaje estadístico. Entre las herramientas conceptuales destacan la contexto y situaciones problemáticas realistas. Es importante que el contexto exprese una realidad significativa para el estudiante, del mismo modo, que la situación problemática sea realista y representable (Bressan & Zolkower, 2006).

Otra herramienta contextual que destaca es la creación de modelos para la práctica que aplique a situaciones variadas permitiendo la flexibilidad y la viabilidad (Bressan & Zolkower, 2006). Para Bressan & Zolkower (2016) el modelo debe llevar a la reflexión estudiantil, mediante explicar, comparar, contrastar, comprobar y justificar. En este tipo de modelo, el rol del docente es el de guía y organizador de la actividad que genere situaciones para la intervención y discusión, logrando en el estudiante el cuestionamiento y la reflexión (Bressan & Zolkower, 2006).

Según Freudenthal (1993) el proceso de aprendizaje ocurre en el proceso de matematización, el cual define como la conversión de una situación no matemática a términos matemáticos. Para Treffers (1987), la matematización es progresiva porque se trabaja desde el micro hasta el macro para lograr. Ambos autores Freudenthal (1993) y Treffers (1987) establecen que el proceso de matematización se divide en dos etapas: la matematización horizontal y la matematización vertical.

En términos sencillos, Freudenthal (1991) define la matematización horizontal como ese proceso de convertir la situación contextual a una situación matemática. Es decir, la traducción del mundo real al mundo matemático, en este caso al mundo estadístico. Gravemeijer et al. (2000) establecen que la matematización horizontal es el primer nivel del proceso de matematización y lo llaman nivel situacional. Este primer nivel se caracteriza por las interpretaciones que hacen los estudiantes sobre las situaciones en contexto. Estas interpretaciones se logran haciendo uso de herramientas sencillas como: observación, intuición, inducción, conocimiento previo, indagación y sentido común (Treffers 1987; Freudenthal 1991).

El segundo, tercer y cuarto nivel del proceso de matematización están relacionados con la matematización vertical. Según Treffers (1987), la matematización vertical son esas actividades relacionadas con el proceso matemático hasta la formalización matemática. De aquí surgen los nombres de los tres niveles restantes. El segundo nivel es conocido como el nivel referencial que Gravemeijer et al. (2000), lo definen como ese espacio donde el estudiante crea un modelo basado en experiencias. El tercer nivel, Gravemeijer et al. (2000), lo llaman el nivel general y está caracterizado por una disminución en la dependencia hacia modelos concretos y comienzan las generalizaciones. Finalmente, el cuarto nivel Gravemeijer et al. (2000) lo conocen como el nivel formal ya que es donde se trabajan los conceptos y procesos de la matemática convencional. Por lo cual, Freudenthal (1991) establece que en estos niveles se requiere de estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba y simbolización. Tarim & Kütküt (2021) mencionan que para alcanzar el nivel formal es necesario hacer generalizaciones mediante el uso de modelos matemáticos que permiten la formalización de conceptos matemáticos.

Para trabajar la unidad curricular, se sugiere un tiempo aproximado de cinco (5) semanas para cubrir los temas establecidos en el bosquejo y las actividades presentadas. En el escenario educativo que se va a implantar cinco semanas son equivalentes a quince (15) sesiones, las cuales se dividen en diez (10) sesiones de noventa (90) minutos y cinco (5) sesiones de sesenta (60) minutos para un total de veinte (20) horas contacto. La unidad atiende los temas de población, muestreo, variables de estudio, medidas de centralización, medidas de dispersión y diagramas estadísticos.

Objetivos de aprendizaje

Al finalizar la unidad curricular el estudiante será capaz de:

- Aplicar conceptos y relaciones estadísticas fundamentales a situaciones de la vida cotidiana.
- Desarrollar destrezas que fomenten el razonamiento estadístico.
- Utilizar la solución de problemas en diferentes entornos de la vida diaria.
- Identificar los principales métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
- Evidenciar mayor comprensión de los principios básicos que rigen la disciplina estadística mediante proyectos aplicados a la vida cotidiana y otras disciplinas.
- Reconocer la importancia de las estadísticas para resolver problemas o situaciones.
- Construir e interpretar gráficas y diagramas estadísticos.

Bosquejo de temas

1. Introducción a la Estadística (8 horas/2 semanas)
 - a. Estadística descriptiva y estadística inferencial
 - i. Ciclo estadístico
 - b. Población, muestra y muestreo
 - i. Población finita e infinita
 - ii. Diferencias entre la población y la muestra
 - iii. Muestreo probabilístico y no probabilístico

- iv. Identificar el tipo de muestreo en situaciones reales
- v. Establecer ejemplos reales de tipos de muestreo
- c. Variables de estudio y escalas de medición
 - i. Variables categóricas – cualitativas
 - ii. Variables numéricas – cuantitativas
 - iii. Tipos de escalas de medición
- 2. Recopilación, organización y análisis de datos (8 horas/2 semanas)
 - a. Organización de datos categóricos
 - i. Calcular e interpretar frecuencias, frecuencia absoluta, frecuencia relativa
 - b. Medidas de tendencia central
 - i. Moda, media y mediana
 - ii. Calcular e interpretar la moda, media y mediana con datos reales sobre situaciones del interés estudiantil.
 - iii. Importancia y aplicación de las medidas de tendencia central al mundo real.
 - c. Medidas de localización
 - i. Rango
 - ii. Rango intercuartil
 - iii. Diagramas de caja y bigote
 - iv. Calcular e interpretar el rango y rango intercuartil
 - v. Construir e interpretar diagramas de caja y bigote contextualizados.

3. Diagramas estadísticos (4 horas/1 semana)
- a. Gráficas lineales
 - b. Gráficas de barras

Actividades educativas

Actividad 1: Preprueba

Descripción general de la actividad: Los estudiantes tomarán la preprueba para la unidad de análisis de datos en el periodo de la clase y tendrán un tiempo disponible de 60 minutos.

Objetivo: Antes de comenzar la unidad, los estudiantes tomarán la preprueba de la unidad para identificar qué conocen sobre el razonamiento estadístico.

Duración: Una sesión de 60 minutos

Materiales: Hoja fotocopiada, lápiz, hoja para hacer cálculos

Reinvención guiada:

- Leer detalladamente las instrucciones para la preprueba
- Explicar a los estudiantes el propósito de la preprueba.
- Atender las dudas generales presentadas por los estudiantes.

Fenomenología didáctica

1. Observar el trabajo que realizan los estudiantes.

Actividad 2: Identificando la situación estadística problemática

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y sus intereses, los estudiantes delimitarán su tema de interés, situación de la vida real, situación estadística y pregunta de investigación.

Objetivo: Luego de trabajar el tema de estadística descriptiva, estadística inferencia, ciclo estadístico y población, los estudiantes determinarán situaciones de la vida diaria que se puedan convertir en situaciones estadística, de acuerdo con su conocimiento, la discusión en clase y sus intereses.

Duración: Dos sesiones de 90 minutos

Materiales: Hoja de trabajo y computadora

Construcción o reconstrucción de conceptos:

- Estadística
- Ciclo estadístico
- Población

Etapas de la Educación Matemática Realista**1. Reinención guiada**

- a. Organizar actividades que fomenten el pensamiento crítico y generen en el estudiante una conexión de temas entre a realidad y la estadística.
- b. Organizar actividades que fomenten el pensamiento crítico y generen un conversatorio para conocer las situaciones reales que generaron la pregunta de investigación.

- c. Generar situaciones sociales para que los estudiantes puedan analizar, explicar, justificar, discernir, cuestionar y reflexión.
- d. Fomentar la responsabilidad en el estudiantado para construir o reconstruir el conocimiento estadístico utilizando como base los contextos reales.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- El maestro/a auscultará mediante preguntas el conocimiento básico de conceptos estadísticos. La información de este proceso se recopilará a través de un torbellino de ideas que le permitirá al maestro/a identificar la comprensión de conceptos y la construcción o reconstrucción de conceptos. A continuación, se comparte una lista de posibles preguntas guías para generar la discusión socializada.
 - ¿Qué es para ustedes la estadística? – Es importante que el maestro/a utilice las aportaciones de las/los estudiantes para guiar a la construcción del concepto de estadística
 - En su diario vivir, ¿dónde ustedes ven la estadística? – Es importante que el maestro/a facilite la discusión para que los/las estudiantes establezcan conexión entre las situaciones reales y las situaciones estadísticas.

- ¿Cómo se sabe que en Puerto Rico hay una cantidad aproximada de personas? ¿Cómo se saben la cantidad aproximadas de personas que viven por municipio? – Se espera que los estudiantes trabajen con el concepto de censo.
- En este proceso, el maestro/a puede hacer referencia a la página electrónica del censo en Puerto Rico (<https://censo.estadisticas.pr/>) para despertar el interés de los estudiantes en diferentes estadísticas disponibles en la página.

b. Nivel referencial

- Para establecer el ciclo estadístico se recomienda guiar a los estudiantes a experiencias pasadas donde hayan realizado alguna actividad de la vida diaria que se pudiera trabajar como experimento. Esta actividad tiene como propósito que las/los estudiantes hagan referencias a modelos anteriores para que construyas nuevos modelos para el ciclo estadístico. En esta discusión los detalles sobre recopilar, organizar, analizar, resumir en interpretar los datos son importantes porque proveen información que el maestro/a puede utilizar más adelante en la unidad.
- Mediante situaciones reales en el salón de clases, fomentar que las/los estudiantes establezcan problemas y temas de la

realidad en la sala de clases. Durante este proceso, es importante que las/los estudiantes escuchen las aportaciones de sus compañeros para añadir detalles particulares hasta establecer características importantes del problema de investigación y la pregunta de investigación.

c. Nivel general

- Diálogo para la reflexión de las/los estudiantes sobre posibles situaciones de la vida escolar y temas a investigar que estén relacionados con la realidad escolar.

d. Nivel formal

- Las/Los estudiantes podrán apalabrar mediante la construcción o reconstrucción de los conceptos de estadística, ciclo estadístico y población. Los/Las estudiantes podrán establecer definiciones, ejemplos y aplicaciones sobre los conceptos.
- Cuando las/los estudiantes reconstruyan la definición, el maestro/a guiará a la internalización del concepto similar a la definición institucionalizada.

3. Fenomenología didáctica

- a. Mientras cada estudiante realiza la hoja de trabajo, el maestro/a observa el trabajo que realizan las/los estudiantes para descifrar experiencias educativas estudiantiles.

- b. Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

Actividad 3: Trabajando con la población, muestra y muestreo de la situación estadística

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y en el problema de investigación, los estudiantes establecerán la población de su pregunta de investigación y decidirán el tamaño de la muestra, así como el tipo de muestreo que van a utilizar para la selección de participantes. Se requiere que el estudiante pueda explicar y justificar si su muestra permite hacer generalizaciones sobre la situación estadística. Mediante un diálogo con sus compañeros, establecerán cuándo es la mejor manera de seleccionar la muestra para su situación estadística.

Objetivo: Luego de trabajar el tema de población, muestra y muestreo, los estudiantes determinarán la población, la muestra y el muestreo de su investigación.

Duración: Dos sesiones de 90 minutos y una sesión de 60 minutos

Materiales: Hoja de trabajo y computadora

Construcción o reconstrucción de conceptos

- Población
- Muestra

- Muestra representativa
- Muestra no representativa
- Muestreo
- Muestreo probabilístico
- Muestreo no probabilístico

Etapas de la Educación Matemática Realista

1. Reinención guiada

- a. Facilitar un diálogo donde los estudiantes tengan la oportunidad de explicar y justificar la población, la muestra y el muestreo para su pregunta de investigación.
- b. Guiar a los estudiantes a hacer proyecciones sobre los resultados de su pregunta de investigación si hay un cambio en la muestra y en la población.
- c. Fomentar procesos de justificación para una muestra representativa y no representativa.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- Compartir con la clase la situación estadística, la pregunta de investigación y la población para que el resto de la clase pueda dar sugerencias y recomendaciones para cada estudiante. Esto permite observar cómo los estudiantes entienden su problema y cómo interpretan los problemas de sus compañeros.

b. Nivel referencial

- Utilizar las situaciones y poblaciones que compartieron los estudiantes en el inicio. El maestro/a guiará una discusión sobre la muestra con las situaciones presentadas por las/los estudiantes para construir o reconstruir las características de la muestra.
- El/La maestro/a proveerá una situación real -utilizando ejemplos que han dado los estudiantes en las discusiones anteriores- para que las/los estudiantes puedan determinar semejanzas y diferencias entre la muestra representativa y la muestra no representativa.
- Utilizando cinco situaciones reales de interés para el estudiantado, generar un diálogo para los estudiantes puedan identificar detalles particulares en cada situación, asimismo semejanzas y diferencias entre las situaciones reales. Es importante que el/la maestro/a facilite el proceso para que los estudiantes puedan hacer conexiones, así como, relacionar las situaciones estadísticas con situaciones de la vida diaria. Además de, motivar a los estudiantes para que indaguen y piense diferentes casos para la misma situación.

c. Nivel general

- Las/Los estudiantes establecen diferentes tipos de poblaciones posibles en el salón de clases y cómo se puede ir expandiendo a otros espacios de la escuela.
- El/La maestro/a genera una discusión para que los/las estudiantes –utilizando su problema de investigación– puedan seleccionar la población de su situación estadística.
- De acuerdo con la discusión sobre la muestra, guiar a los/las estudiantes a reflexionar sobre la muestra para su situación de la vida real.
- Utilizar las situaciones reales discutidas para que los estudiantes creen nuevas situaciones que les permitan reflexionar sobre las características del muestreo probabilístico y no probabilístico.

d. Nivel formal

- Guiar a los estudiantes para que reflexionen sobre como cambiaría la investigación dependiendo del muestreo y la muestra. Permitir que los estudiantes establezcan las diferencias entre los tipos de muestreo y puedan extender el aprendizaje para aplicarlo en su investigación.
- Las/Los estudiantes serán capaces de definir, ejemplificar y aplicar los conceptos de muestra, muestra representativa y

no representativa, muestreo, muestreo probabilístico y no probabilístico.

- Cuando las/los estudiantes reconstruyan la definición, el maestro/a guiará a la internalización del concepto similar a la definición institucionalizada.

3. Fenomenología didáctica

- a. Mientras los/las estudiantes realizan la hoja de trabajo, el/la maestro/a observa el trabajo para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- b. Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

Actividad 4: ¿Cuáles son las variables de mi situación estadística?

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y en el problema de investigación, los estudiantes establecerán cuáles son las variables de investigación y la escala de medición utilizada en su investigación. Es importante que cada estudiante pueda justificar las variables del estudio y la escala de medición con conocimiento estadístico. Del mismo modo, necesario que cada estudiante pueda justificar las variables de su estudio ante el resto del grupo su problema de investigación y sus variables para conocer la opinión de los demás compañeros de la clase.

Objetivos

1. Luego de trabajar el tema de variables de estudios y escalas de medición, los estudiantes determinarán las variables de estudios y la escala de medición de su investigación.
2. Al finalizar la clase, los estudiantes completarán la primera reflexión participativa a través del primer boleto de salida.

Duración: Una sesión de 90 minutos

Materiales: Hoja de trabajo y computadora

Etapas de la Educación Matemática Realista

1. Reinención guiada

- a. Facilitar el proceso para que los estudiantes puedan establecer las semejanzas y diferencias entre las variables, así como la importancia de cada una de estas.
- b. Generar un diálogo para reflexionar sobre las escalas de medición.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- Generar un diálogo de situaciones reales donde los estudiantes puedan establecer relaciones de causa y efecto. Con las aportaciones de las/los estudiantes el maestro/a podrá trabajar con cómo entienden e interpretan los estudiantes las relaciones de causa y efecto.

- Haciendo uso de las variables presentadas por las/los estudiantes, clasificar las mismas de acuerdo con una cualidad o una cantidad.

b. Nivel referencial

- Utilizando como referencia la variable independiente y dependiente, el estudiante construirá relaciones de dependencia entre diferentes tipos variables.
- Las/Los estudiantes proveerán distintos ejemplos de variables para clasificar como cuantitativa o cualitativa.

c. Nivel general

- Guiar a los estudiantes a reflexionar sobre las características particulares de los tipos de variables.

d. Nivel formal

- Fomentar en el estudiantado la importancia de identificar errores y establecer los procesos adecuados, de acuerdo con la información provista.
- Proveer ejemplos de variables relacionados a su problema de investigación.
- Las/Los estudiantes serán capaces de establecer definiciones, ejemplos y aplicaciones sobre las relaciones entre variables (independiente y dependiente), variables cualitativas y cuantitativas.

- Cuando las/los estudiantes reconstruyan la definición, el maestro/a guiará a la internalización del concepto similar a la definición institucionalizada.

3. Fenomenología didáctica

- a. Mientras los/las estudiantes realizan la hoja de trabajo, el/la maestro/a observa el trabajo para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- b. Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

Construcción o reconstrucción de conceptos

- Variable independiente y dependiente
- Variable cualitativa
- Variable cuantitativa

Actividad 5: Plan para recopilar y organizar los datos

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y en las actividades anteriores, los estudiantes delimitarán el plan para recopilar y organizar los datos. Los estudiantes discutirán en clase el plan para recopilar los datos. Finalmente, los estudiantes estarán listos para hacer la recopilación y organización de datos.

Objetivo: Luego de diseñar el plan de recopilación de datos, los estudiantes trabajarán en la recopilación y organización de datos de su investigación.

Duración: Una sesión de 90 minutos

Materiales: Tabla para recopilar datos, Tabla para frecuencias absolutas, lápiz y computadora

Etapas de la Educación Matemática Realista

1. Reinención guiada

- a. Organizar actividades que fomenten el pensamiento crítico y generen en el estudiante una conexión de temas entre a realidad y la estadística.
- b. Organizar actividades que generen un diálogo para construir y reconstruir conceptos.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- Proponer diferentes ejemplos de situaciones reales para que el estudiantado pueda recopilar datos. Guiar a los estudiantes a establecer posibles espacios para la recopilación de datos.
- Proponer distintos planes de recopilación de datos para que los estudiantes puedan discernir y justificar un plan de recopilación de datos apropiados para su situación real.

c. Nivel referencial

- Utilizando situaciones reales, como las puntuaciones de cada jugador en algún deporte, el/la estudiante creará una tabla para organizar los datos.
- Guiar al grupo a evaluar los planes de recopilación de datos de los distintos compañeros y hacer recomendaciones.

d. Nivel general

- Luego de haber creado la tabla para las puntuaciones por jugador, los estudiantes crearán tablas para organizar situaciones reales creadas en la sala de clase.

e. Nivel formal

- Fomentar en los/las estudiantes el estudiantado la importancia de identificar errores y establecer los procesos adecuados, de acuerdo con la información provista.
- Proveer ejemplos de variables relacionados a su problema de investigación.
- Las/Los estudiantes serán construirán o reconstruirán la definición, los ejemplos y las aplicaciones sobre tablas de frecuencias absolutas.
- Cuando las/los estudiantes reconstruyan la definición, el maestro/a guiará a la internalización del concepto similar a la definición institucionalizada.

3. Fenomenología didáctica

- a. Mientras los/las estudiantes realizan la hoja de trabajo, el/la maestro/a observa el trabajo para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- b. Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

Construcción o reconstrucción de conceptos

- Datos
- Recopilar datos
- Tabla de frecuencias absoluta

Actividad 6: Analizando los datos descriptivos

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y en las actividades anteriores, los estudiantes realizarán el análisis de datos descriptivos, mediante las medidas de tendencia central y medidas de localización. Los estudiantes utilizando los datos recopilados y haciendo uso de la escala apropiada, calcularán las medidas de tendencia central y localización. De la misma forma, también harán la interpretación de ese cálculo en relación con su investigación. Por último, los estudiantes harán una pequeña discusión de los datos para comparar y contrastar interpretaciones de los datos recolectados.

Objetivo: Luego de realizar el análisis de datos, los estudiantes serán capaces de interpretar los datos a la luz de su problema de investigación.

Duración: Dos sesiones de 90 minutos y una sesión de 60 minutos.

Materiales: Papel, lápiz, computadora

Etapas de la Educación Matemática Realista

1. Reinención guiada

- a. Organizar actividades que fomenten el pensamiento crítico y generen en el estudiante una conexión de temas entre a realidad y la estadística.
- b. Organizar actividades que generen un diálogo para construir y reconstruir conceptos.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- Mediante varias imágenes de asuntos en tendencia, generar un torbellino de ideas y anotar las aportaciones de los estudiantes para las imágenes que están observando y puedan hacer aportaciones para, más adelante, construir o reconstruir una posible definición para medidas de centralización.
- Utilizando un nuevo conjunto de imágenes que trabajen orden, secuencia y tamaño, como por ejemplo una imagen de muñecas rusa. Generar un diálogo para que los

estudiantes puedan establecer qué relación existe entre las imágenes y la mediana de un conjunto de datos.

- Utilizando un nuevo conjunto de imágenes que trabajen tendencia, vestimenta y música, entre otros. Facilitar una discusión para que los estudiantes puedan construir o reconstruir una posible definición para la moda.

b. Nivel referencial

- Presentar diferentes situaciones estadísticas, propuestas por los estudiantes, donde se tengan que identificar las particularidades de: repetición, centralidad y promedio.
- Guiar una discusión socializada para que los estudiantes trabajen con el conjunto de datos de las puntuaciones obtenidas en sus exámenes.
- Los estudiantes tendrán que calcular las medidas de tendencia central para este conjunto, además de hacer proyecciones. Es decir, calcular y explicar que sucede cuando las medidas de tendencia central cuando se obtienen posibles puntuaciones para el examen final.

c. Nivel general

- Observando el conjunto de datos, explicar cómo se afectan los datos a medida que cambia la última puntuación proyectada. Se trabaja el concepto de valor atípico (*outlier*).

- Fomentar el análisis sobre cómo las medidas de tendencia central se afectan por los valores atípicos (*outlier*).
- Guiar al estudiantado a reflexionar sobre qué medida de tendencia central que mejor represente los datos y explicar el por qué.

d. Nivel formal

- Promover que los estudiantes expliquen en sus propias palabras la moda, la mediana y la media aritmética para distintas situaciones de la vida diaria.
- Los estudiantes trabajarán la construcción o reconstrucción de la definición, ejemplos y aplicaciones sobre medidas de centralización.
- Cuando las/los estudiantes reconstruyan la definición para medidas de centralización: moda, media aritmética y mediana, el maestro/a guiará a la internalización del concepto similar a la definición institucionalizada

3. Fenomenología didáctica

- a. Mientras los/las estudiantes contestan la segunda reflexión participativa, el/la maestro/a observa el trabajo para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- b. Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al

nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

Construcción o reconstrucción de conceptos

- Medidas de centralización
 - Moda
 - Mediana
 - Media (Promedio)
- Valor atípico (Outlier)

Actividad 7: Graficando el análisis de datos

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y en las actividades anteriores, los estudiantes realizarán el análisis de datos descriptivos, mediante las medidas de tendencia central y medidas de localización. Los estudiantes utilizando los datos recopilados, haciendo uso de la escala apropiada y calcularán las medidas de tendencia central y localización. De la misma forma, también harán la interpretación de ese cálculo en relación con su investigación.

Por último, los estudiantes harán una pequeña discusión de los datos para comparar y contrastar interpretaciones de los datos recolectados.

Objetivo: Luego de realizar el análisis de datos, los estudiantes serán capaces de interpretar los datos a la luz de su problema de investigación.

Duración: Una sesión de 90 minutos y una sesión de 60 minutos

Materiales: Papel, lápiz, computadora

Etapas de la Educación Matemática Realista

1. Reinención guiada

- a. Guiar al estudiantado a trabajar con el proceso de observación para que puedan identificar similitudes y diferencias entre diferentes tipos de gráficas y sus usos.
- b. Generar un diálogo que fomente la reflexión sobre la información que es necesaria y no necesaria al momento de realizar gráficas de análisis de datos.
- c. Reflexionar sobre errores comunes de diferentes páginas dedicadas al análisis gráfico de temas sociales y políticos del país.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- Utilizando diferentes imágenes de gráficas, los estudiantes trabajarán en grupos pequeños para identificar aquellas características que tiene en común las gráficas. Es importante generar una reflexión sobre las posibles partes de una gráfica.
- Facilitar una conversación sobre las escalas en las gráficas y diagramas estadísticos.
 - ¿Qué sucede cuando la escala de una gráfica no es la adecuada? ¿Esto afecta la construcción de la gráfica? ¿Por qué?

b. Nivel referencial

- Utilizando como referencia, páginas gubernamentales, como la del Departamento de Salud (https://www.salud.gov.pr/estadisticas_v2) y la del Departamento de Educación (<https://perfilescolar.dde.pr/dashboard/summary/?schoolcode=State>), los estudiantes identificarán elementos ausentes que son importantes al momento de construir gráficas.
- Utilizando como base las páginas gubernamentales y el diálogo sobre particularidades de las gráficas, guiar a los estudiantes a generar una posible lista de elementos y detalles que se debe incluir en las gráficas.

c. Nivel general

- Utilizando los ejemplos propuestos por el estudiantado, los estudiantes trabajan en la construcción de gráficas con los elementos que ellos establecieron como importantes al momento de construir gráficas o diagramas estadísticos.
- Con los ejemplos propuestos por el estudiantado, los estudiantes construyen gráficas y diagramas estadísticas utilizando una hoja de cálculo.
- Utilizando las gráficas y diagramas desarrollados por los estudiantes, facilitar el diálogo para que los estudiantes expliquen en sus propias palabras las diferencias entre las gráficas de barras y los diagramas estadísticos.

d. Nivel formal

- Utilizar las gráficas y diagramas creados para establecer los usos particulares de las gráficas de barras y diagramas estadísticos.
- Mientras los/las estudiantes contestan la segunda reflexión participativa, el/la maestro/a observa el trabajo para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

3. Fenomenología didáctica

- a. Escuchar las conclusiones y reflexiones presentadas por los estudiantes sobre diagramas estadísticos y su importancia en el análisis estadístico.
- b. Mientras los/las estudiantes contestan y participan en los diálogos generados en clase, el/la maestro/a observa el trabajo sobre construcción de gráficas para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- c. Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

Construcción o reconstrucción de conceptos

- Gráfica de barras
- Diagrama de caja y bigote
- Rango
- Rango intercuartil
- Cuartil inferior
- Cuartil superior
- Escalas
- Eje horizontal
- Eje vertical

Actividad 8: Más allá del análisis de resultados

Descripción general de la actividad: Apoyados en la discusión en clase y en las actividades anteriores, los estudiantes realizarán conclusiones, hallazgos, recomendaciones y sugerencias para atender el problema de investigación determinado por cada estudiante. Los estudiantes completarán una tabla con sus recomendaciones y las recomendaciones del resto del grupo. Al final, los estudiantes crearán una presentación donde se resuma la investigación realizada y los hallazgos sobresalientes.

Objetivo: Luego de completar las actividades anteriores, los estudiantes serán capaces de explicar todos los pasos de su investigación desde la selección del tema hasta los hallazgos y recomendaciones.

Duración: Una sesión de 90 minutos

Materiales: Hoja de trabajo y computadora

Etapas de la Educación Matemática Realista

1. Reinención guiada

- a. Proveer el espacio para que los estudiantes puedan completar las recomendaciones que ellos ofrecen y las recomendaciones que ofrece el grupo.
- b. Guiar el diálogo para que los estudiantes hagan una tabla donde se compare y contraste las recomendaciones para luego agruparlas.
- c. Establecer espacios de diálogos sobre nuevos temas de investigación generados por esta primera investigación.

2. Niveles en el proceso de aprendizaje

a. Nivel situacional

- Utilizando situaciones de la vida diaria, facilitar un diálogo para identificar y distinguir entre hallazgos y proyecciones.
- Facilitar un diálogo donde se reflexione alrededor de los detalles que consideran necesarios para comprender e interpretar gráficas y diagramas estadísticos.

b. Nivel referencial

- Guiar un diálogo para que los estudiantes aporten situaciones estadísticas de su interés y que en consenso el grupo pueda generar posibles hallazgos, conclusiones y proyecciones. Generar un ambiente participativo y de

reflexión para construir diversas maneras de expresar conclusiones, interpretaciones y proyecciones.

- Utilizar páginas gubernamentales como la del Departamento de Salud (https://www.salud.gov.pr/estadisticas_v2) y la del Departamento de Educación (<https://perfilescolar.dde.pr/dashboard/summary/?schoolcode=State>) para interpretar gráficas disponibles sobre temas sociales.

c. Nivel general

- Guiar los diálogos para que los estudiantes identifiquen aquellas gráficas que interpretan con mayor agilidad y elementos que faltan en las gráficas -si alguno- para una interpretación más certera.

d. Nivel formal

- Mientras los/las estudiantes contestan la tercera reflexión participativa, el/la maestro/a observa el trabajo para identificar experiencias educativas estudiantiles.
- Reflexionar sobre los diálogos generados en clase y cómo los estudiantes relacionan las experiencias y el contexto para llegar al nivel formal en el proceso de aprendizaje y de esta forma lograr la matematización.

- Cuando las/los estudiantes reconstruyan la definición de interpretaciones, conclusiones, hallazgos y proyecciones, el maestro/a guiará a la internalización del concepto similar a la definición institucionalizada

3. Fenomenología didáctica

- a. Mientras los/las estudiantes trabajan en la tercera reflexión participativa y utilizando los diálogos generados en clase, el/la maestro/a observa los procesos cognitivos para trabajar la interpretación de gráficas, generar hallazgos y establecer proyecciones.
- b. Utilizando los diálogos generados en clase y haciendo énfasis en la relación entre las experiencias y el contexto estudiantil, reflexionar sobre el proceso de aprendizaje para lograr la matematización.

Construcción o reconstrucción de conceptos

- Hallazgos
- Conclusiones
- Interpretaciones
- Proyecciones

Actividad 9: Posprueba

Descripción general de la actividad: Los estudiantes tomarán la posprueba para la unidad de análisis de datos en el periodo de la clase y tendrán un tiempo disponible de 50 minutos.

Objetivo: Al finalizar la unidad, los estudiantes tomarán la posprueba de la unidad para si hubo cambio en conocimiento relacionado con el razonamiento estadístico.

Duración: Una sesión de 60 minutos

Materiales: Hoja fotocopiada y lápiz

Reinvención guiada:

1. Leer detalladamente las instrucciones para la preprueba
2. Explicar a los estudiantes el propósito de la preprueba.
3. Atender las dudas generales presentadas por los estudiantes.

Fenomenología didáctica

1. Observar el trabajo que realizan los estudiantes.

Materiales y recurso didácticos

Los materiales y recursos didácticos mínimos requeridos para implantar la unidad curricular son:

- Hojas de trabajo
- Computadora
- Herramientas de Google: *Docs, Sheet, Presentation*
- Lápiz

Evaluación – Reflexión del maestro/a

Las siguientes preguntas guías se utilizarán cómo reflexión del maestro/a al terminar la implantación de la unidad curricular:

1. ¿Cuáles fueron los avances más comunes que demostraron los estudiantes durante su el aprendizaje de los estudiantes durante la implantación de la unidad curricular?
2. ¿Cuáles fueron los avances menos comunes que demostraron los estudiantes durante su aprendizaje de los estudiantes durante la implantación de la unidad curricular?
3. ¿Cuáles son las mayores dificultades que se observa en los estudiantes al finalizar la unidad?
4. ¿Qué actividades consideras que funcionaron durante la implantación de la unidad?
5. ¿Qué actividades consideras que no funcionaron durante la implantación de la unidad?
6. ¿Qué aprendizaje se debe reforzar sobre la unidad de análisis de datos y estadísticas?
7. ¿Cuán viable es lograr el nivel formal para cada concepto trabajado en la unidad y apoyar el proceso de aprendizaje estudiantil?
8. ¿Qué modificaciones harías en la reinención guiada para lograr el aprendizaje de las matemáticas de forma libre y pertinente?
9. ¿Consideras viable trabajar para lograr que todos los niveles del proceso de aprendizaje se cumplan?
10. ¿Cuán importante fue la experiencia para lograr la construcción o reconstrucción de un concepto?
11. Otras observaciones o detalles importantes.

APÉNDICE H

H. PREPRUEBA Y POSPRUEBA

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
Recinto de Río Piedras
Facultad de Educación

Prueba: Análisis de datos
Tiempo disponible: 60 minutos

Nombre completo: _____

Fecha: _____ Hora inicial: _____ Hora final: _____

Parte 1. Análisis de situaciones. Lee cada situación e interpreta los siguientes resultados en oración completa.

1. En la escuela se realiza un estudio sobre el deporte favorito entre sus estudiantes. Para recopilar los datos, se entrevistan integrantes del equipo de baloncesto de la escuela.
 - a. ¿Qué tipo de muestreo se utiliza para recopilar los datos del estudio?
 - b. Explica si el muestreo seleccionado es representativo de los estudiantes de la escuela.
 - c. ¿Qué tipo de muestreo recomendarías para este estudio? ¿Por qué?

2. La escuela tiene una matrícula de 300 estudiantes. Se realizó una encuesta a todos los estudiantes de la escuela para conocer el deporte que más se practica en la escuela. El 30% de los estudiantes contestaron que el deporte que practican es el voleibol.
- a. ¿Cuántos estudiantes de la escuela practican voleibol? Justifica tu respuesta.
 - b. Si la encuesta se realiza a una muestra de 25 estudiantes, ¿es la muestra representativa de la matrícula de la escuela? ¿Por qué?
 - c. ¿Puedes hacer generalizaciones sobre toda la escuela con la muestra seleccionada? Explica tu respuesta.

3. En la clase de matemáticas se han dado cuatro exámenes. Si obtienes una puntuación de 100 en los primeros tres exámenes y en el cuarto examen obtienes una puntuación de 50.
- ¿Qué le sucede a tu media después del cuarto examen? ¿Por qué?
 - Establece un conjunto de cuatro puntuaciones, donde las primeras tres puntuaciones sean de 100 y la cuarta puntuación se modifique para que obtengas una media de más de 90%A. Justifica tu respuesta.

4. Las puntuaciones de un examen de matemáticas se distribuyen en el siguiente diagrama de caja y bigote:



- a. De acuerdo con el diagrama de caja y bigote, ¿cuál es una interpretación para el valor máximo de las puntuaciones del examen de matemáticas?
- b. De acuerdo con el diagrama, ¿qué sucede si se elimina el valor máximo del diagrama de caja y bigote. Explica tu respuesta.

5. Un investigador hace un estudio sobre intereses estudiantiles entre estudiantes de una escuela secundaria. El investigador entrevista estudiantes de séptimo grado de la escuela.
- a. ¿Cuál es la población del estudio?
 - b. ¿Cuál es la muestra del estudio?
 - c. ¿Podemos utilizar esa muestra para hacer generalizaciones sobre la población?

Parte 2. Ejercicio de aplicación. Lee y contesta de forma detallada y completa cada pregunta.

6. Las puntuaciones acumuladas de un estudiante en la clase de matemáticas son las siguientes: **40, 100, 95, 95, 95**.

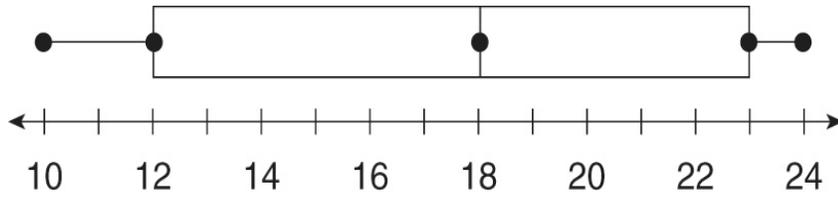
a. Explica detalladamente cómo calculas la media aritmética del estudiante en la clase de matemáticas.

b. Al calcular la media de las puntuaciones acumuladas de un estudiante en la clase de matemáticas, ¿a qué conclusiones puedes llegar sobre la media aritmética del estudiante en la clase de matemáticas?

c. ¿Cuál sería la puntuación mínima que tendría que sacar el estudiante en la sexta evaluación para obtener una media aritmética de 90% en la clase de matemáticas. ¿Por qué?

Parte 3. Diagrama de caja y bigote

7. Utilizando el diagrama de caja y bigote, escribe una situación estadística que se puede aplicar al diagrama ilustrado.



8. Menciona un conjunto de nueve datos cuya mediana es 18, el cuartil superior es 22, el cuartil inferior es 11 y el rango es 14. Explica detalladamente tu respuesta.

APÉNDICE I

**I. TABULACIÓN DE PLANILLA PARA LA REVISIÓN DEL CONTENIDO DE LA
PREPRUEBA Y POSPRUEBA**

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
Facultad de Educación
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS GRADUADOS

TABULACIÓN DE PLANILLA PARA LA REVISIÓN DEL CONTENIDO DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la educación matemática realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje

Autora: Patricia R. Mattei Ramos

Año: 2023

A. Propósito de la investigación

El propósito de esta investigación es indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada y algorítmica para su desarrollo futuro. Un aspecto importante de esta investigación es levantar información que ayude a lograr una enseñanza contextualizada de los conceptos estadísticos útiles en la toma de decisiones.

B. Definiciones de los criterios a utilizar para la evaluación de la unidad curricular con sus respectivas categorías

Leyenda de los criterios para la evaluación del cuestionario:

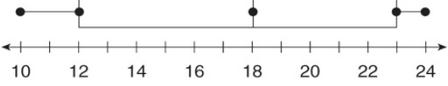
Leyenda	Definición	Categorías		
Pertinencia	Correspondencia de la premisa con el bosquejo de contenido.	(1) Poca	(2) Regular	(3) Mucha
Relevancia	Relevancia de la premisa con el bosquejo de contenido.	(1) Poca	(2) Regular	(3) Mucha
Comprensión	Comprensión de la premisa en términos de lenguaje.	(1) Confusa	(2) Puede mejorar	(3) Muy clara
Redacción	Redacción apropiada de la premisa.	(1) Confusa	(2) Puede mejorar	(3) Adecuado

Premisa o pregunta	Pertinencia			Relevancia			Comprensión			Redacción			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Premisa (1) En la escuela se está haciendo un estudio sobre el deporte favorito de sus estudiantes. Para recopilar los datos, solamente se están entrevistando a los integrantes del equipo de baloncesto de la escuela.			100%			100%		20%	80%		20%	80%	
Pregunta (a) ¿Qué tipo de muestreo se utilizó para recopilar los datos del estudio?			100%			100%		20%	80%			100%	
Pregunta (b) <i>Explica si el muestreo seleccionado es representativo de los estudiantes de la escuela.</i>			100%			100%			100%			100%	
Pregunta (c) ¿Qué tipo de muestreo recomendarías para este estudio? ¿Por qué?			100%			100%			100%		20%	80%	
Premisa (2) La escuela tiene una matrícula de 300 estudiantes. Se realizó una encuesta para conocer el deporte que más se practica en la escuela. El 75% de los estudiantes contestaron que el deporte que practican es el voleibol.			100%		20%	80%		40%	60%		20%	80%	

Premisa o pregunta	Pertinencia			Relevancia			Comprensión			Redacción			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Pregunta (a) ¿Cuántos estudiantes de la escuela practican voleibol? Justifica tu respuesta		20%	80%		20%	80%		40%	60%		20%	80%	
Pregunta (b) Fabián realiza la encuesta a 30 estudiantes de su grado, ¿es la muestra representativa			100%			100%		40%	60%			100%	
Pregunta (c) ¿Se pueden hacer generalizaciones sobre toda la escuela con la muestra seleccionada por Fabián? Explica tu respuesta			100%			100%			100%		20%	80%	
Premisa (3) Si Juan obtiene 100 en los primeros tres exámenes y en el cuarto examen obtiene 50,		20%	80%			100%			100%		40%	60%	
Pregunta (a) ¿Qué le sucede al promedio de Juan? ¿Por qué?		20%	80%			100%		20%	80%		40%	60%	
Pregunta (b) Establece un conjunto de cuatro puntuaciones posibles para que Juan obtenga un promedio A. Justifica tu respuesta.			100%			100%		40%	60%		40%	60%	

Premisa o pregunta	Pertinencia			Relevancia			Comprensión			Redacción			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Premisa (4) Si el diagrama de caja y bigote para las puntuaciones de los exámenes de un estudiante tiene el bigote derecho (bigote máximo) muy largo.			100%			100%		20%	80%		40%	60%	
Pregunta (a) ¿Qué representa ese dato sobre las puntuaciones de los exámenes del estudiante?			100%			100%		20%	80%		20%	80%	
Pregunta (b) ¿Qué sucede si se elimina esa puntuación de los exámenes de un estudiante? Explica tu respuesta.			100%			100%		20%	80%		40%	60%	
Premisa (5) Si se hace un estudio sobre los intereses de los estudiantes en una escuela pública del país y se entrevista solamente los estudiantes de séptimo grado.			100%		20%	80%			100%		40%	60%	
Pregunta (a) ¿Cuál sería la población del estudio?			100%			100%			100%		20%	80%	
Pregunta (b) ¿Cuál sería la muestra del estudio que seleccionaron para el estudio?			100%			100%			100%		40%	60%	

Premisa o pregunta	Pertinencia			Relevancia			Comprensión			Redacción			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Pregunta (c) ¿Podemos utilizar esa muestra para hacer generalizaciones?			100%			100%			100%		60%	40%	Se editó la pregunta siguiendo las recomendaciones de los especialistas.
Premisa (6) <i>Las notas acumuladas de un estudiante en la clase de matemáticas fueron las siguientes: 95, 100, 95, 95, 40</i>			100%			100%			100%			100%	
Pregunta (a) Al calcular la media de las notas acumuladas de un estudiante en la clase de matemáticas, ¿qué se puede concluir sobre el promedio del estudiante?		20%	80%			100%		40%	60%		80%	20%	Se editó la pregunta siguiendo las recomendaciones de los especialistas.
Pregunta (b) Explica detalladamente cómo calculas el promedio del estudiante en la clase de matemáticas.			100%			100%			100%		20%	80%	
Pregunta (c) ¿Qué sugerencias presentas para que el estudiante pueda subir el promedio?		60%	40%		60%	40%		60%	40%		60%	40%	Esta pregunta se eliminó de la prueba.

Premisa o pregunta	Pertinencia			Relevancia			Comprensión			Redacción			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
<p>Pregunta (d) ¿Cuál sería la puntuación mínima que tendría que sacar el estudiante en la sexta nota para obtener 90% en la clase de matemáticas. ¿Por qué? ¿Cómo sería posible que el estudiante obtenga esta nota?</p>			100%		20%	80%			100%		40%	60%	
<p>Utilizando el diagrama de caja y bigote que representa un conjunto de siete números, halla los números del conjunto de datos.</p> 			100%			100%		40%	60%		40%	60%	Esta pregunta se editó siguiendo las recomendaciones de los especialistas.
<p>Premisa (7) Crea una situación estadística donde se puede aplicar el diagrama de caja y bigote ilustrado.</p>			100%			100%		40%	60%		40%	60%	Esta pregunta se editó siguiendo las recomendaciones de los especialistas.
<p>Premisa (8) Explica detalladamente cómo se pueden hallar los dos números restantes del conjunto de datos, si tiene una media de 19 y un rango de 6.</p>		20%	80%			100%		40%	60%		40%	60%	Esta pregunta se editó siguiendo las recomendaciones de los especialistas.

APÉNDICE J

J. PLANILLA PARA LA REVISIÓN DE LA UNIDAD CURRICULAR

UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
Facultad de Educación
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS GRADUADOS

PLANILLA PARA LA REVISIÓN DE LA UNIDAD CURRICULAR

El desarrollo del razonamiento estadístico a partir de la educación matemática realista para estudiantes del nivel intermedio: Una experiencia de aprendizaje

Autora: Patricia R. Mattei Ramos

Año: 2023

Especialista en Educación Matemática Realista

Preparación: Doctorado en Currículo y Enseñanza con concentración en Educación Matemática

C. Propósito de la investigación

El propósito de esta investigación es indagar cómo los estudiantes del nivel intermedio aprenden y se relacionan con el aprendizaje estadístico desde la parte contextualizada, aplicada y algorítmica para su desarrollo futuro. Un aspecto importante de esta investigación es levantar información que ayude a lograr una enseñanza contextualizada de los conceptos estadísticos útiles en la toma de decisiones.

D. Definiciones de los criterios a utilizar para la evaluación de la unidad curricular con sus respectivas categorías

Legenda de los criterios para la evaluación de la unidad curricular:

Leyenda	Definición	Categorías		
Pertinencia	Correspondencia entre la unidad curricular y la Educación Matemática Realista.	(4) Poca	(5) Regular	(6) Mucha
Relevancia	Relevancia de la unidad curricular con la Educación Matemática Realista.	(4) Poca	(5) Regular	(6) Mucha
Coherencia	Coherencia entre la unidad curricular y los principios de la Educación Matemática Realista	(4) Confusa	(5) Puede mejorar	(6) Muy clara

Criterios para evaluar la unidad curricular	Pertinencia			Relevancia			Coherencia			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Existe alineación entre los objetivos de la unidad, el bosquejo de temas, las actividades educativas y los principios de la Educación Matemática Realista		X			X		X			Incluir objetivos que guíen la metodología de la EMR.
Existe alineación entre el bosquejo de temas y las actividades educativas.			X			X		X		
Las actividades educativas creadas están directamente relacionadas con las herramientas conceptuales de la Educación Matemática Realista.		X				X		X		Crear ejemplos propuestos por el/la docente en la sala de clases.
Los objetivos de la unidad curricular están directamente relacionados con los principios de la Educación Matemática Realista.		X			X			X		Incluir objetivos dirigidos a guiar la metodología de la Educación Matemática Realista.
El bosquejo de contenido fomenta la creación de actividades educativas alineadas a la Educación Matemática Realista.			X			X		X		Redactar utilizando el vocabulario de la Educación Matemática Realista.
La estructura de contenido está relacionada con los fundamentos de la Educación Matemática Realista.			X			X			X	

Criterios para evaluar la unidad curricular	Pertinencia			Relevancia			Coherencia			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Existe congruencia entre los elementos de la unidad curricular.			X			X			X	
La unidad curricular hace uso de diferentes estrategias educativas y técnicas de evaluación relacionadas con la Educación Matemática Realista.			X			X		X		Mejorar el asunto de la reconstrucción de conceptos a lo largo de toda la unidad curricular.
Selección de actividades educativas y recursos relevantes que están alineados con la Educación Matemática Realista.			X			X		X		Ser más específica cuando mencionas el concepto de reconstrucción de conceptos a lo largo de toda la unidad curricular.
Existe congruencia entre el propósito de la investigación y la unidad curricular.			X			X			X	
Existe congruencia entre el propósito de la investigación y la unidad curricular.			X			X			X	
La unidad curricular fomenta el desarrollo de conceptos partiendo desde situaciones estadísticas.			X		X			X		Trabajar con la creación de ejemplos en la unidad curricular por parte del docente como guía para la reinención guiada.

Criterios para evaluar la unidad curricular	Pertinencia			Relevancia			Coherencia			Comentarios
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
Las actividades educativas fomentan el aprendizaje de conceptos haciendo énfasis en la relación con el mundo real.			X		X			X		Mejorar la selección y redacción de ejemplos para trabajar la reinención guiada y la reconstrucción de conceptos.
La unidad curricular contribuye al propósito de la investigación.			X			X			X	
La unidad curricular contempla los principios de la Educación Matemática Realista.			X			X	X			Mejorar la redacción de la construcción de conceptos en la unidad curricular. Ser más específico en los ejemplos para guiar la construcción de conceptos.
La secuencia del bosquejo de temas facilita el propósito de la investigación mediante la aplicación de la Educación Matemática Realista.			X			X			X	

RESUMEN BIOGRÁFICO DE LA AUTORA

Patricia R. Mattei Ramos nació en Castañer, Puerto Rico. Es producto del sistema público de enseñanza en el pueblo de Adjuntas. Estudió en la Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras donde obtuvo su bachillerato Educación Secundaria en Matemáticas en el año 2007. En el año 2009, había completado su maestría en Salud Pública con concentración en Bioestadística en el Recinto de Ciencias Médicas de la Universidad de Puerto Rico.

La autora tiene 15 años de experiencia como educadora en el área de matemáticas en el nivel secundario y postsecundario. Ha ofrecido clases de Estadísticas, Precálculo y Cálculo en diferentes universidades. Ha colaborado en la creación y administración de repasos para pruebas estandarizadas como: PIENSE I, PIENSE II, Prueba de Admisión Universitaria (PAA), Prueba de Nivel Avanzada (PNA) y Prueba de Certificación de Maestros (PCMAS). Ha colaborado como especialista de Matemáticas en el Comité Examinador del College Board Latinoamérica. Además, ha colaborado en la creación y revisión de programas curriculares de estadísticas y matemáticas.

Por los último siete años ha laborado en el área de Matemáticas de la Escuela Secundaria de la Universidad de Puerto Rico, contribuyendo en comités y espacios de creación en las Escuelas Laboratorios. Asimismo, ha aportado en la formación de estudiantes como maestra cooperadora de la Facultad de Educación. Además, hace tres años forma parte de la facultad de la Escuela de Arquitectura de la Universidad de Puerto Rico como profesora de Matemáticas.

Del mismo modo, la autora posee diferentes certificaciones entre las cuales destacan: Licencia Vitalicia de Maestro, Certificación de Maestro Cooperador, Certificación de Educador en Línea, Certificación de Ambientes Virtuales de Aprendizaje, Certificación de Prevención del Hostigamiento Sexual y Certificación de Primeros Auxilios y RCP para Adultos y Niños en Edad Pediátrica. Entre sus actividades extracurriculares, destacan la participación de la autora en espacios de voluntariado, como tutora y líder ambiental en espacios como: Hacienda Buena Vista en Ponce, Aula en la Montaña en Peñuelas, Centro Paz para Ti en Adjuntas, Proyecto Matria en Orocovis y Caribe Siembra alrededor de todo Puerto Rico. Para contactar a la autora se pueden dirigir al correo patricia.mattei@upr.edu.